



고립파와 파도패킷의 상호작용

김종언·장택수[†]
부산대학교 조선해양공학과

On the Interaction of a Solitary Wave and a Wave-Packet

Jong Eon Kim·Taek Soo Jang[†]
Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Pusan National University

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

In this paper, numerical experiments are performed to examine the collision between a solitary wave and a wave-packet (dispersive wave) in shallow water. We attempt to introduce the improved Boussinesq equation governing the experiments, which is solved by using a semi-analytical approach, called Pseudo-parameter Iteration method(PIM). Using various numerical experiments, we have observed that the wave-packet (propagating dispersive wave) experiences a phase shift after collision with a solitary wave. This phenomenon may be considered as a nonlinear wave-wave interaction in shallow water.

Keywords : Improved Boussinesq equation(개선된 부시네스크 방정식), Solitary wave(고립파), wave-packet(파도패킷), Pseudo-parameter Iteration Method(모조 파라미터 반복법), Nonlinear interaction(비선형 상호작용)

1. 서론

현재까지 고립파의 충돌과 관련하여 많은 연구가 수행되어왔다. 특히, 자유 수면에서 고립파 정면충돌(head-on collision) 수치 모의 및 실험을 통하여 고립파의 여러 특징을 파악할 수 있었다. 고립파의 진폭이 작은 경우, 두 고립파의 충돌에서 위상 변화(phase shift)를 보이고 에너지 손실을 보이지 않는다. 반면에, 진폭이 큰 고립파의 충돌에서는 부가적인 파(secondary wave)가 발생하며 이는 고립파의 속도 감소에 영향을 준다 (Coker, 1997).

이러한 경향성은 고립파 추월(overtaking) 수치 실험에서도 확인할 수 있다. 추월한 고립파가 진폭이 작은 경우, 추월 이후에도 변화가 없지만, 대진폭 고립파가 상대적으로 진폭이 작은 고립파를 추월하게 된다면 작은 진폭을 가진 고립파 뒤에서 부가적인 파가 발생한다 (Zou and Su, 1986).

본 연구에서는 기존의 고립파 충돌 관련 실험을 확장하여 고립파와 분산파의 일종인 파도패킷(wave-packet)의 상호작용을 수치 실험하고자 한다. 먼저, 필자의 문헌 조사에 의하면 고립파와 파도패킷의 상호작용에 대한 수치 실험은 수행된 바가 없음을 밝힌다.

본 논문에서는 개선된 부시네스크(Boussinesq) 방정식을 사용하여 고립파와 파도패킷의 전파 및 상호작용의 수치 실험한다.

여기서, 개선된 부시네스크 방정식은 약 분산성(weakly dispersive) 및 약 비선형성(weakly nonlinear)이므로 생성할 수 있는 파에 대한 한계가 존재한다. 수치 실험을 위한 방법으로는 최근 개발된 모조 파라미터 반복법(Pseudo-parameter Iteration Method, PIM)을 채택하였다 (Kim, 2023). 이 방법은 비선형 편미분 방정식에 모조 변수를 도입하여 적분 변환을 통해 등가의 적분 방정식으로 정식화한다. 이후, 얻어진 적분 방정식에 바나흐 고정점 정리(Banach fixed point theorem)를 적용하여 수치 해를 반복 계산을 통해 얻는다. 여기서, 모조 변수가 특이점을 허수 영역으로 옮겨 Newton-Cotes 종류의 수치 적분으로도 안정적인 해를 얻을 수 있게한다. PIM의 또다른 장점으로 분산관계보존(dispersion-relation preserving)에 있다. Jang (2017)은 개선된 부시네스크 방정식의 등가 적분방정식이 분산관계가 보존된다는 것을 수학적으로 그리고 수치적으로 증명하였다. 따라서, PIM은 분산파 수치 실험에 장점이 있는 것으로 알려져 있다.

PIM은 최근 여러 수치 실험에도 응용되었다. Park and Jang (2022)은 감쇠 개선 부시네스크 방정식에 PIM을 적용하여 고립파의 벽면 반사 후의 수치 감쇠에 대한 수치 실험을 수행하였다. 그리고 Park et al. (2023)은 PIM에 피스톤(piston) 타입의 경계 조건을 통하여 고립파와 크노이드(Cnoidal)파 생성에 관한 연구를 수행하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 본 연구에서 사용

된 수치 기법인 모조 파라미터 반복법에 대하여 소개한다. 3장에서는 서로 다른 진폭을 가지는 고립파와 파도패킷의 비선형 수치 실험을 수행하고 이를 선형 합으로 얻은 결과와 비교한다. 마지막으로, 4장에서는 본 연구에서 얻은 결론에 대하여 정리한다.

2. 모조 파라미터 반복법

개선된 부시네스크 방정식은 아래의 식과 같다.

$$\eta_{tt} - c_0^2 \eta_{xx} - \frac{1}{3} h_0^2 \eta_{xxx} = \frac{3}{2} c_0^2 (\eta^2 / h_0)_{xx} \quad (1)$$

여기서, η 는 파고함수, 아래 첨자 x 와 t 는 각각 공간 및 시간에 대한 편미분, h_0 는 수심, c_0 는 특성속도($=\sqrt{gh_0}$), g 는 중력가속도이다. 식 (1)의 고립파 해는 다음과 같다.

$$\eta_{\text{exact}} = \frac{2ah_0}{3} \text{sech}^2 \left[\frac{1}{\nu h_0} \sqrt{\frac{a}{2}} (x - \nu \sqrt{gh_0} t - x_0) \right] \quad (2)$$

여기서, x_0 는 고립파 파정의 초기 위치, a 는 무차원 진폭 계수이고 ν 는 무차원 파 속도 계수($\equiv \sqrt{1 + 2a/3}$)이다. $\nu \sqrt{gh_0}$ 는 유차원 영역에서의 고립파 속도이다.

이제 모조 파라미터 반복법을 적용하기 위해 초기 조건을 다음과 같이 설정한다.

$$\eta(x, 0) = \eta_1(x), \eta_t(x, 0) = \eta_2(x) \quad (3)$$

여기서, 식 (3)의 η_1 과 η_2 는 각각 다음과 같다.

$$\eta_1(x) = \frac{2ah_0}{3} \text{sech}^2 \left[\frac{1}{\nu h_0} \sqrt{\frac{a}{2}} (x - x_0) \right] \quad (4)$$

$$\eta_2(x) = 2a \frac{\sqrt{2agh_0}}{3} \text{sech}^2 \left[\frac{1}{\nu h_0} \sqrt{\frac{a}{2}} (x - x_0) \right] \cdot \tanh \left[\frac{1}{\nu h_0} \sqrt{\frac{a}{2}} (x - x_0) \right] \quad (5)$$

Jang (2017)에 따르면, 식 (1)에 모조 항 $\beta \eta$ 를 양변에 더한 후, 적분변환을 통해 다음과 같이 등가의 적분방정식 형태로 정식화한다. 이때, β (rad/s²)는 모조 파라미터이다.

$$\eta = \sum_{i=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (1 + h_0^2 k^2 / 3) h^{(i)}(x, t, \xi, k) \eta_i(\xi) dk d\xi + \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} h_x^{(3)}(x, t, \xi, k, \tau) [3g(\zeta^2 + \eta \cdot \psi) + \beta \cdot \eta] dk d\xi d\tau \quad (6)$$

$$\zeta = \sum_{i=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (1 + h_0^2 k^2 / 3) h_x^{(i)}(x, t, \xi, k) \eta_i(\xi) dk d\xi + \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} h_x^{(3)}(x, t, \xi, k, \tau) [3g(\zeta^2 + \eta \cdot \psi) + \beta \cdot \eta] dk d\xi d\tau \quad (7)$$

$$\psi = \sum_{i=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (1 + h_0^2 k^2 / 3) h_{xx}^{(i)}(x, t, \xi, k) \eta_i(\xi) dk d\xi + \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} h_{xx}^{(3)}(x, t, \xi, k, \tau) [3g(\zeta^2 + \eta \cdot \psi) + \beta \cdot \eta] dk d\xi d\tau \quad (8)$$

여기서, 커널 함수 $h^{(i)}$, $i = 1, 2, 3$ 은 식 (9)에서 (11)에 나타내었다. η_i , $i = 1, 2$ 는 각각 식 (4)와 (5)이다.

$$h^{(1)}(x, t, \xi, k) = \frac{\tilde{\omega}_B(k)}{\pi(c_0^2 k^2 + \beta)} \cdot \cos[\tilde{\omega}_B(k)t] \cdot \cos[k(x - \xi)] \quad (9)$$

$$h^{(2)}(x, t, \xi, k) = \frac{\tilde{\omega}_B(k)}{\pi(c_0^2 k^2 + \beta)} \cdot \sin[\tilde{\omega}_B(k)t] \cdot \cos[k(x - \xi)] \quad (10)$$

$$h^{(3)}(x, t, \xi, k, \tau) = \frac{\tilde{\omega}_B(k)}{\pi(c_0^2 k^2 + \beta)} \cdot \sin[\tilde{\omega}_B(k)(t - \tau)] \cdot \cos[k(\xi - x)] \quad (11)$$

여기서, $\tilde{\omega}_B(k) = \sqrt{(c_0^2 k^2 + \beta) / (1 + h_0^2 k^2 / 3)}$, k 는 파수이며, ζ ($\equiv \eta_x$)와 ψ ($\equiv \eta_{xx}$)는 각각 파고 함수 η 를 1회, 2회 공간 편미분 한 결과이다. $\tilde{\omega}_B$ 에서 아래 첨자는 Boussinesq를 의미한다. 그리고 적분연산자 $H^{(i)}$, $i = 1, 2, 3$ 을 다음과 같이 도입한다 (Jang, 2017).

$$H^{(i)}(u)(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (1 + h_0^2 k^2 / 3) \cdot h^{(i)}(x, t, \xi, k) \cdot u(\xi) dk d\xi \quad (i = 1, 2) \quad (12)$$

$$H^{(3)}(v)(x, t) = \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} h^{(3)}(x, t, \xi, k, \tau) \cdot v(\xi, \tau) dk d\xi d\tau \quad (13)$$

식 (12)와 (13)을 가지고 적분방정식 (6)~(8)을 식 (14)에서 식 (16)으로 간결하게 표현할 수 있다.

$$\eta = \sum_{i=1}^2 H^{(i)}(\eta_i) + H^{(3)}[3g(\zeta^2 + \eta \cdot \psi) + \beta \cdot \eta] \quad (14)$$

$$\zeta = \sum_{i=1}^2 H_x^{(i)}(\eta_i) + H_x^{(3)}[3g(\zeta^2 + \eta \cdot \psi) + \beta \cdot \eta] \quad (15)$$

$$\psi = \sum_{i=1}^2 H_{xx}^{(i)}(\eta_i) + H_{xx}^{(3)}[3g(\zeta^2 + \eta \cdot \psi) + \beta \cdot \eta] \quad (16)$$

그리고 바나흐의 고정점 이론(Fixed point theory)을 이용하여 개선된 부시네스크 방정식 (1)의 모조 파라미터 반복해를 얻을 수 있다 (Jang, 2017).

$$\eta^{n+1} = \sum_{i=1}^2 H^{(i)}(\eta_i) + H^{(3)}[\phi^n] \quad (17)$$

$$\zeta^{n+1} = \sum_{i=1}^2 H_x^{(i)}(\eta_i) + H_x^{(3)}[\phi^n] \quad (18)$$

$$\psi^{n+1} = \sum_{i=1}^2 H_{xx}^{(i)}(\eta_i) + H_{xx}^{(3)}[\phi^n] \quad (19)$$

여기서, $\phi^n \equiv 3g[(\zeta^n)^2 + \eta^n \cdot \psi^n] + \beta \cdot \eta^n$, n 은 반복 횟수($=0, 1, 2, \dots$), $\phi^0(\eta^0 = 0, \zeta^0 = 0, \psi^0 = 0)$ 는 0이다.

식 (17)~(19)를 간략하게 나타내기 위해 아래와 같이 적분 연산자를 사용하여 나타낸다 (Jang, 2017).

$$\eta^{n+1} \equiv \mathcal{G}(\eta_0, \eta^n) \quad (20)$$

여기서, $\eta_0 \equiv (\eta_1, \eta_2)$, $\eta^n \equiv (\eta^n, \zeta^n, \psi^n)$ 이다.

마지막으로 식 (20)은 Kim (2023)의 연구에서 사용한 수치 알고리즘을 사용하여 반복 계산을 수행하며 β 는 0.1로 설정하였다.

3. 수치 실험

3.1 고립파 진폭에 따른 비선형 상호작용

본 장에서는 고립파와 파도패킷의 상호작용에 대한 수치 실험을 수행한다. 수심은 $h_0 = 1.0$ m이고 비선형 상호작용 실험을 위한 고립파의 무차원 진폭계수는 0.1, 0.2, 0.4이다. 무차원 진폭을 유차원 값으로 바꿨을 때 각각 0.066 m, 0.133 m, 0.266 m이다. Fig. 1은 상호작용을 위한 초기 조건의 개략도를 나타낸 것이며 파도패킷의 생성을 위한 초기 조건은 물기둥 모양이다. 그 초기 조건은 아래 식과 같다. 물리적으로 물기둥이 중력에 의해 붕괴하면서 파도패킷을 생성한다.

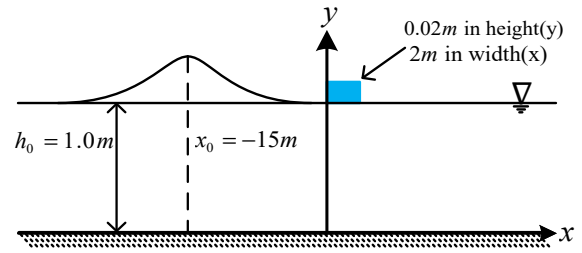


Fig. 1 Schematic illustration for the initial condition.

$$\begin{aligned} \eta_1 &= 0.02, \quad 0 \leq x \leq 2 \\ \eta_1 &= 0, \quad x < 0 \text{ and } x > 2 \end{aligned} \quad (21)$$

계산 영역으로는 $x = [-65 \text{ m}, 65 \text{ m}]$, $t = [0 \text{ sec}, 15 \text{ sec}]$ 이다. 수치 계산을 위한 격자 크기는 공간 영역에서 $\Delta x = 0.25 \text{ m}$ 이고 시간 영역에서 $\Delta t = 0.1 \text{ sec}$ 이다. 비선형 상호작용에 대한 수치 실험을 수행하기 이전에 고립파와 분산파 각각에 대한 전파 현상에 대해 알아본다.

Fig. 2는 물기둥이 중력에 의해 붕괴하면서 생성하는 파도패킷의 전파 과정을 나타낸 것이다. Fig. 2(b)를 보면 파장이 긴 순으로 선단 부근에서 전파하고 있다. PIM으로 얻은 파도패킷의 분산관계보존에 대한 내용은 Jang (2017)의 연구에 자세히 나와 있다.

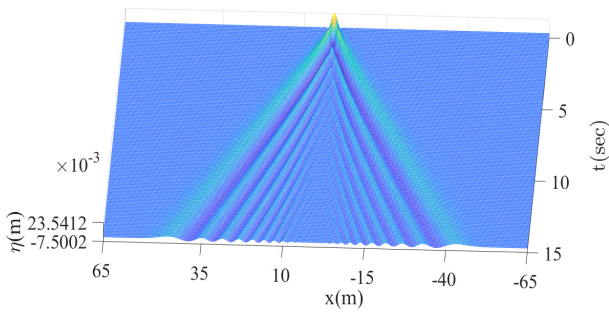
Fig. 3은 고립파만을 초기 조건으로 주었을 경우, 수치 실험하여 얻은 결과를 시간 t 가 각각 5 sec, 10 sec 그리고 15 sec일 때, 실제 해와 비교한 것이다. 그리고 Table 1에서는 시간 $t=15$ sec일 때, 고립파의 진폭별로 실제 해와의 오차를 식 (22)을 통해 나타내었다. 오차는 백분율로 0.21 % 이내로 타당한 결과를 보여준다(식 (22)의 $|\cdot|_2$ 는 L2 Norm을 의미한다). 이제, 초기 조건을 Fig. 1과 같이 동시에 주어 비선형 상호작용에 대한 수치 실험을 수행한다.

Fig. 4는 고립파와 파도패킷의 비선형 상호작용에 대한 수치 실험을 보여준다. 고립파가 일정한 속도로 그리고 파도패킷이 Fig. 2에서와 같이 퍼져나가는 것을 볼 수 있다. 단일 고립파의 경우, 파도패킷을 지나가면서 진폭이 미소하게 증감한다. 반면, 파도패킷은 형태에서 눈에 띄는 변화를 보이지 않는다.

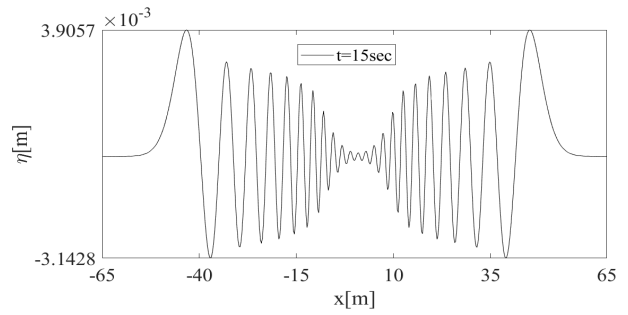
$$Error(t) = \frac{|\eta_{exact}(x, t=15\text{sec}) - \eta^n(x, t=15\text{sec})|_2}{|\eta_{exact}(x, t=15\text{sec})|_2} \quad (22)$$

Table 1 Error when time t is 15 sec.

Amplitude	Error(t)
0.066 m	3.0651×10^{-5}
0.133 m	2.7178×10^{-4}
0.266 m	0.0021

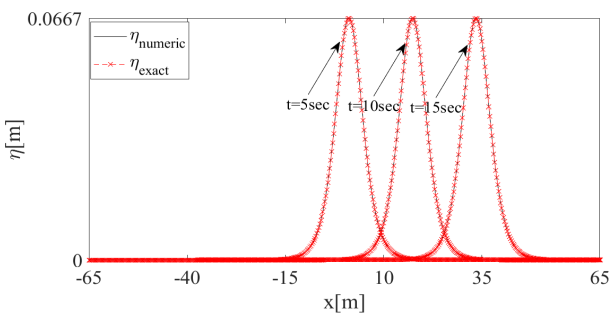


(a) Temporal change of a propagating wave-packet

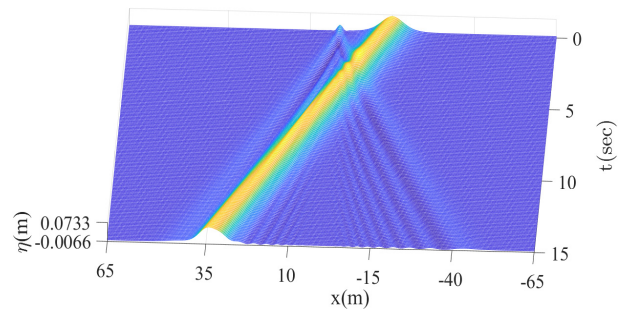


(b) 2D plot of a propagating wave-packet when t=15 sec

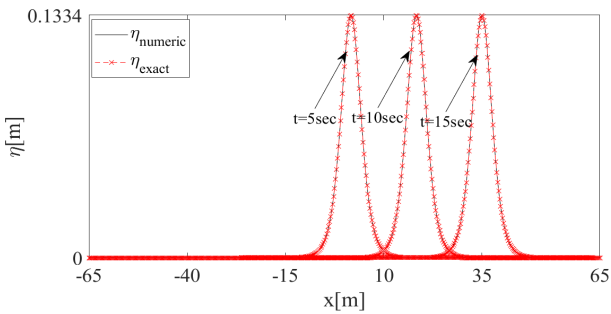
Fig. 2 Propagating wave-packet.



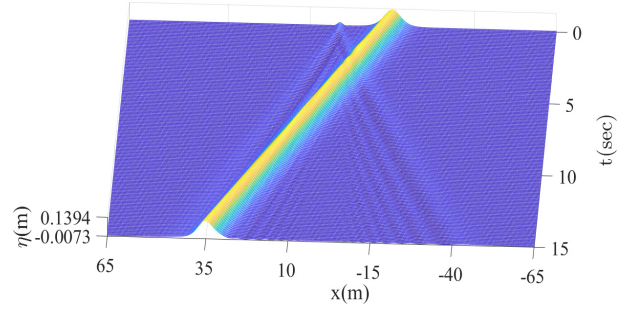
(a) Propagation of a solitary wave, amplitude : 0.066 m



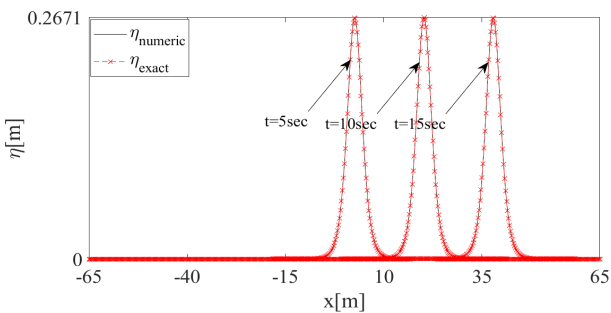
(a) Nonlinear interaction, a solitary wave : 0.066 m



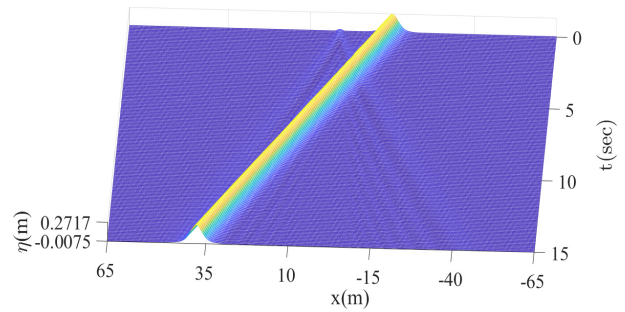
(b) Propagation of a solitary wave, amplitude : 0.133 m



(b) Nonlinear interaction, a solitary wave : 0.133 m



(c) Propagation of a solitary wave, amplitude : 0.266 m

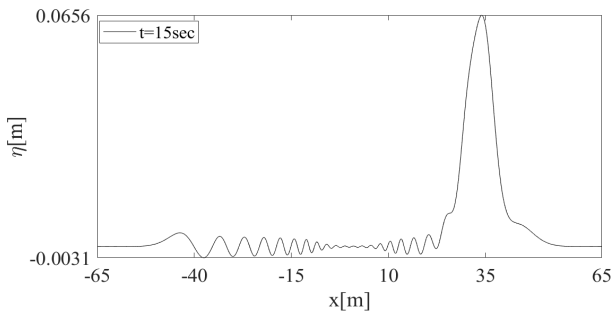


(c) Nonlinear interaction, a solitary wave : 0.266 m

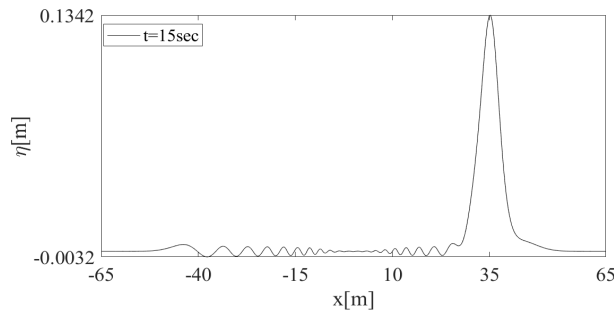
Fig. 3 Propagation of a solitary wave with different amplitudes.

Fig. 4 Nonlinear interaction between a solitary wave and a wave-packet

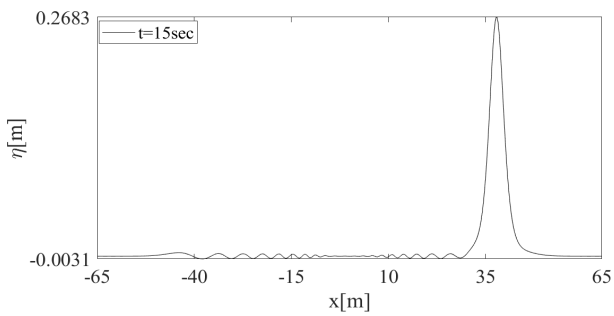
Fig. 5는 시간이 15 sec 일 때의 결과를 나타낸 것이며 Fig. 4에 서와 일관된 형태를 보인다.



(a) nonlinear interaction, t = 15 sec, amplitude : 0.066 m



(b) nonlinear interaction, t = 15 sec, amplitude : 0.133 m



(c) nonlinear interaction, t = 15 sec, amplitude : 0.266 m
Fig. 5 Nonlinear interaction with different wave amplitudes.

3.2 선형 합과의 비교

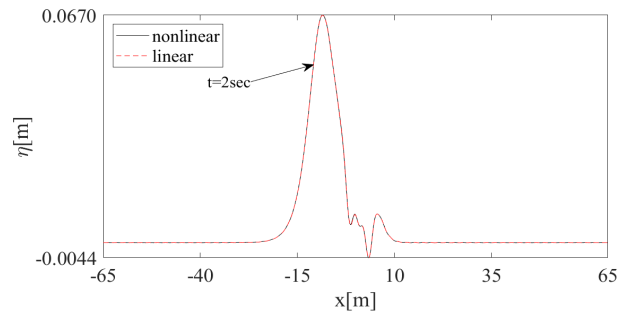
고립파와 파도패킷의 선형 상호작용은 아래와 같이 선형 합(linear sum)으로 정의한다.

$$\eta_{lin} = \eta_{solitary} + \eta_{dispersive} \quad (23)$$

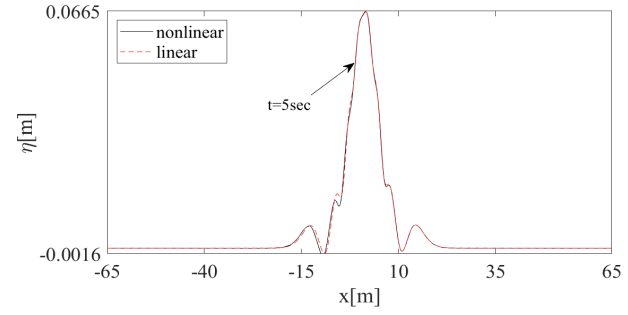
여기서, η_{lin} 은 선형 합으로 얻은 파고 함수이고 $\eta_{solitary}$ 는 고립파의 파고 함수, 그리고 $\eta_{dispersive}$ 는 파도패킷의 파고 함수이다.

$$Error = \frac{|\eta_{nonlinear} - \eta_{lin}|_2}{|\eta_{nonlinear}|_2} \quad (24)$$

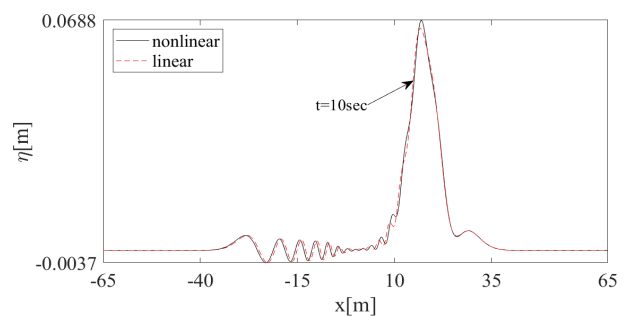
여기서, $\eta_{nonlinear}$ 는 비선형 상호작용(3.1절에서 수행한)로 얻은 파고 함수이다.



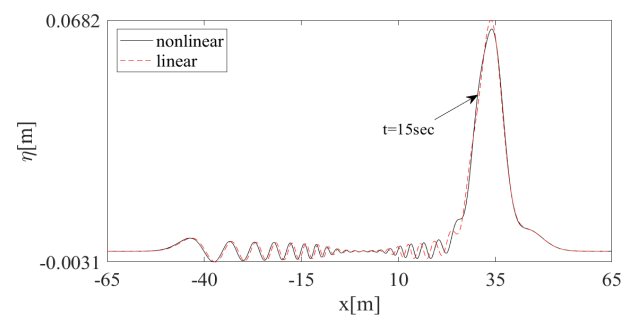
(a) Comparison when t is equal to 2 sec



(b) Comparison when t is equal to 5 sec



(c) Comparison when t is equal to 10 sec



(d) Comparison when t is equal to 15 sec

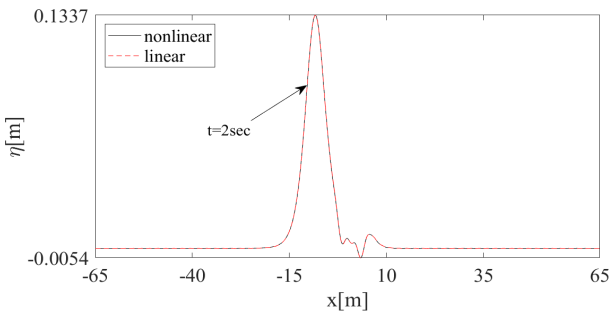
Fig. 6 Nonlinear interaction compared to linear one: amplitude 0.066 m

Fig. 6은 진폭이 0.066 m인 고립파와 파도패킷의 선형 및 비선형 상호작용을 시간별로 비교한 것이다. Fig. 6(a)에서 시간이 2 sec일 때는 고립파와 파도패킷의 상호작용이 발생하기 전이다. 이 경우에는 두 결과에서 큰 차이를 보이지 않는다. Table 2는 선형 합과 비선형 상호작용에서의 파고 함수 오차를 식 (24)를 통해 비교한 것이고 비선형 상호작용이 발생하기 전인 2 sec까

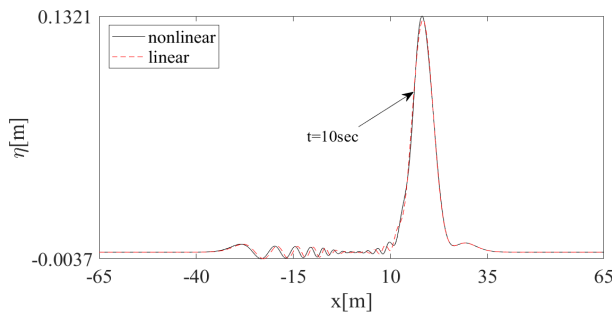
지 작은 오차를 가진다. 이후, 두 종류의 파가 만나면서 두 계산 결과가 차이를 보인다. 고립파의 형태에서는 큰 차이를 보이지 않지만, 파도패킷에서는 파의 위상 차이가 발생하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 7과 Fig. 8은 진폭이 각각 0.133 m, 0.266 m인 고립파에서의 선형 합과 비선형 상호작용 결과를 비교한 것으로 Fig. 6에서와 일관된 변화를 보인다.

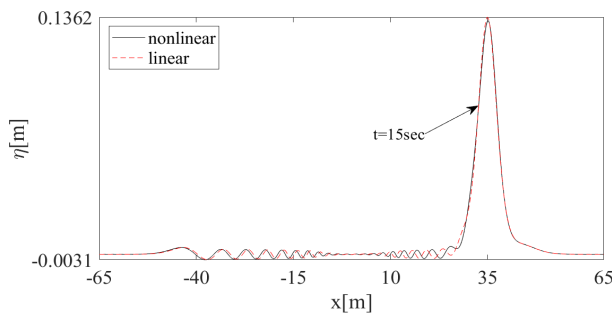
본 연구에서는 고립파가 상호작용 후 파도패킷과 완전히 분리된 상황이 아니므로 상호작용 후 고립파의 특징을 객관적으로 분석하기는 쉽지 않다. 따라서, 다음 장에는 명확한 차이를 보이는 파도패킷의 상호작용 후 특징에 관하여 알아보려고 한다.



(a) Comparison when t is equal to 2 sec



(b) Comparison when t is equal to 10 sec

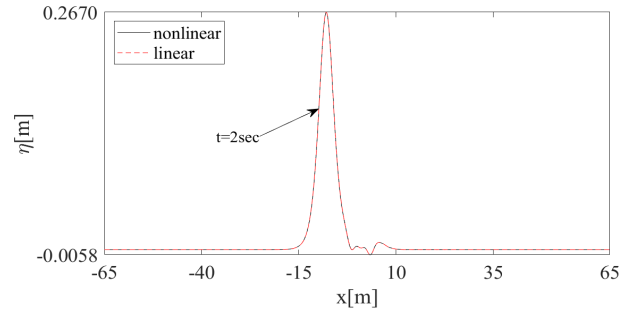


(c) Comparison when t is equal to 15 sec

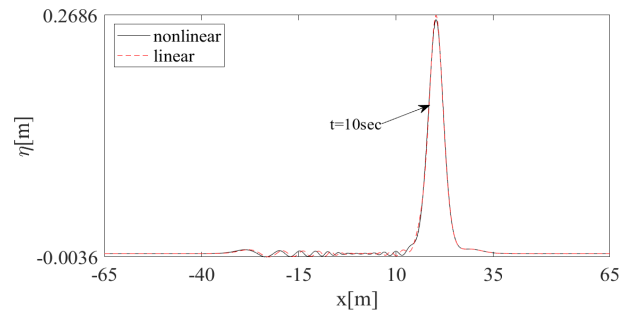
Fig. 7 Nonlinear interaction compared to linear one: amplitude 0.133 m.

Table 2 Error with respect to time.

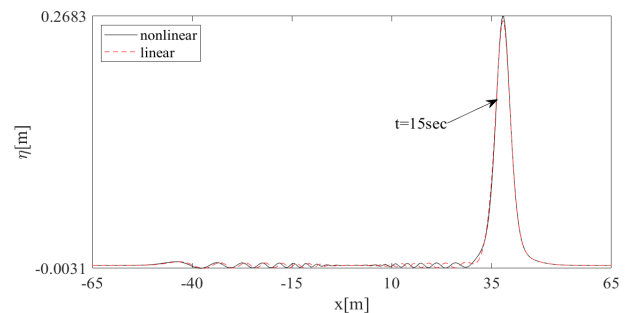
Time	Error
1 sec	3.3407×10^{-4}
2 sec	0.0031
3 sec	0.0147



(a) Comparison when t is equal to 2 sec



(b) Comparison when t is equal to 10 sec



(c) Comparison when t is equal to 15 sec

Fig. 8 Nonlinear interaction compared to linear one: amplitude 0.266 m.

3.3 상호작용 후 파도패킷의 비교

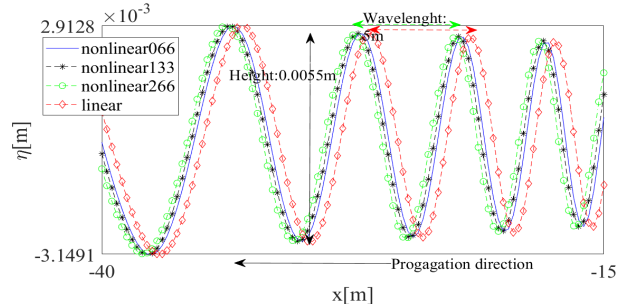
Fig. 9는 서로 다른 진폭을 가진 고립파와의 비선형 상호작용에 대한 수치 실험을 시간별로 비교한 것이다. Fig. 9의 nonlinear066은 0.066 m(무차원 진폭 계수 : 0.1)의 진폭을 가진 고립파와의 비선형 상호작용을 의미하며 nonlinear133은 0.133 m(무차원 진폭 계수 : 0.2) 그리고 nonlinear266은 0.266 m(무차원 진폭 계수 : 0.4)의 진폭을 가진 고립파를 의미한다. Fig. 9를 통해 서로 다른 진폭을 가진 고립파와 파도패킷이 상호작용을 하게 되면 파도패킷에 서로 다른 위상 변화를 만든다는 것을 알 수 있다. 이를 좀 더 구체적으로 확인하기 위해서 Fig. 9(c)의 case1 과 case 2 (그림 내 시각박스로 표현됨)를 확대하여 Fig. 10에 나타내었다. 여기서, Fig. 10의 범례에 나와있는 'linear'는 비선형 상호작용하지 않은 파도패킷이다.

Fig. 10(a)는 Fig. 9(c)의 (1)을 확대한 것이며 파의 진행 방향은 오른쪽에서 왼쪽이다. 모든 경우에서 파도패킷의 파고와 파장

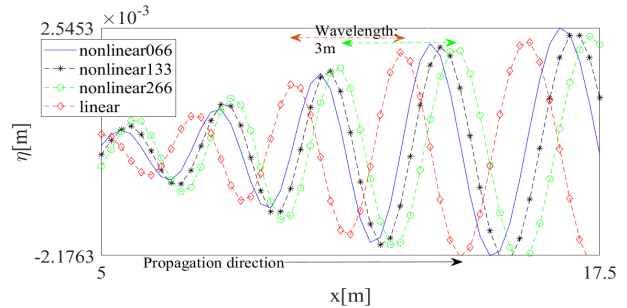
은 같으며 위상에서만 차이를 보인다. 나아가, 위상은 진폭이 큰 고립파와 상호작용한 경우 가장 빠르고 그것이 없었던 파도패킷이 가장 느리다. 이러한 경향성은 Fig. 10(b)에서도 확인할 수 있다. 파의 진행 방향은 이전과는 반대이고 각 수치 실험 결과에서 파고가 차이 난다는 점만 제외하면 같은 물리적인 현상을 보인다. 이러한 현상은 파도패킷이 고립파와 상호작용을 할 때, 고립파의 진폭으로 인하여 유효 수심이 깊어짐과 관련이 있을 것으로 사료된다.

Fig. 11과 Fig. 12는 각 수치 실험에서의 위상속도를 비교한 것으로 14 sec에서 15 sec로 파도패킷이 이동할 때의 거리를 나타내었다. 모든 경우에서 위상속도는 2 m/s로 같은 것을 알 수 있다. 위 속도는 Jang (2017)에서 언급한 아래의 개선된 부시네스크 방정식의 분산관계식으로부터 얻은 2.06 m/s와 유사하다.

$$\omega_B(k) = \sqrt{c_0^2 k^2 / (1 + h_0^2 k^2 / 3)}$$

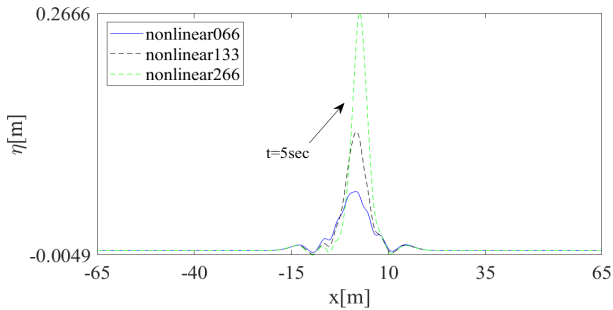


(a) case 1

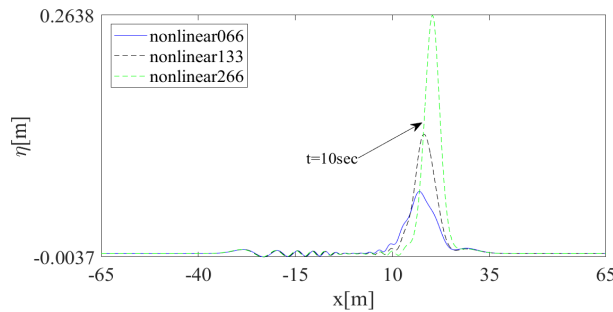


(b) case 2

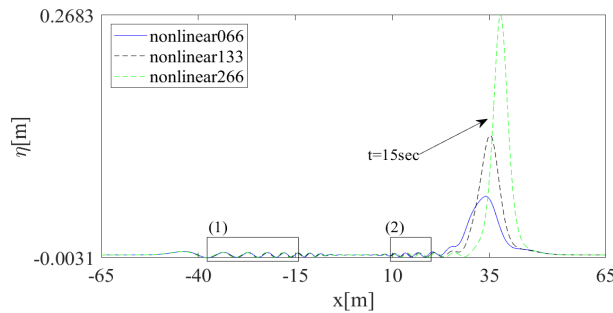
Fig. 10 Higher magnification of Fig. 9.



(a) Comparison when t is equal to 5 sec

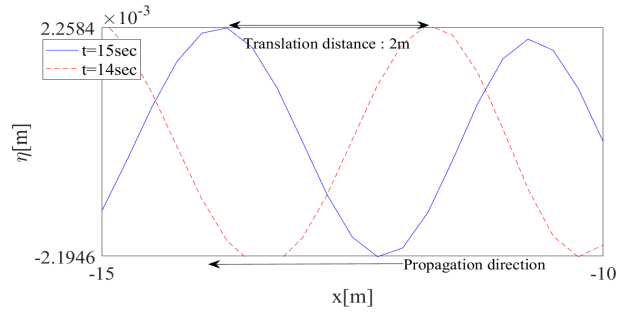


(b) Comparison when t is equal to 10 sec

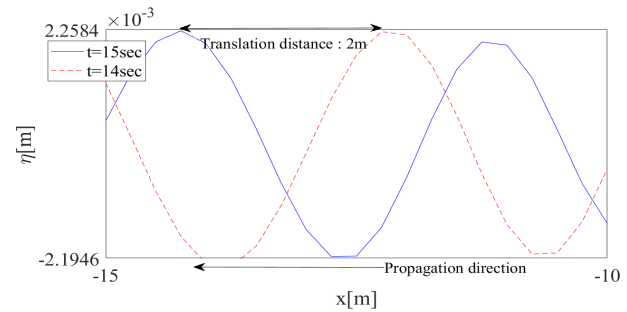


(c) Comparison when t is equal to 15 sec

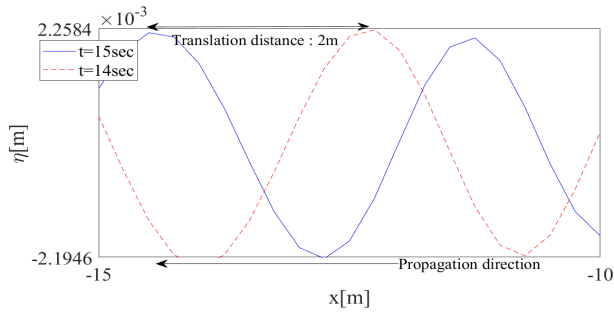
Fig. 9 Comparison of nonlinear interaction with different wave amplitudes.



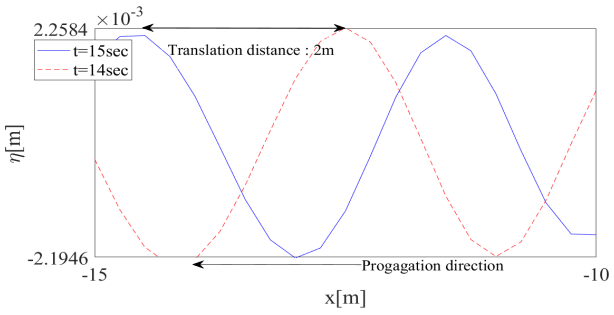
(a) Phase displacement of dispersive wave with no interaction



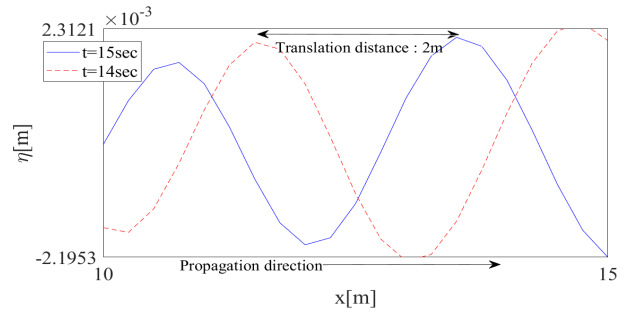
(b) Phase displacement of dispersive wave after interaction with a solitary wave whose amplitude is 0.066 m



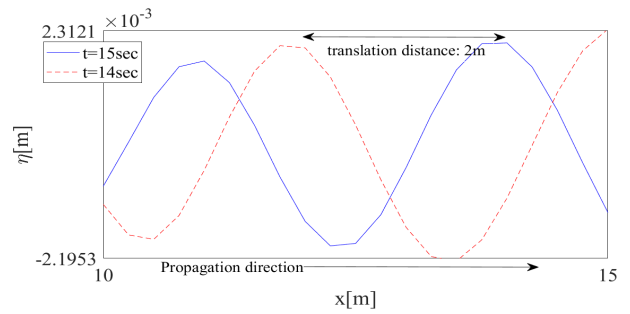
(c) Phase displacement of wave-packet after interaction with a solitary wave whose amplitude is 0.133 m



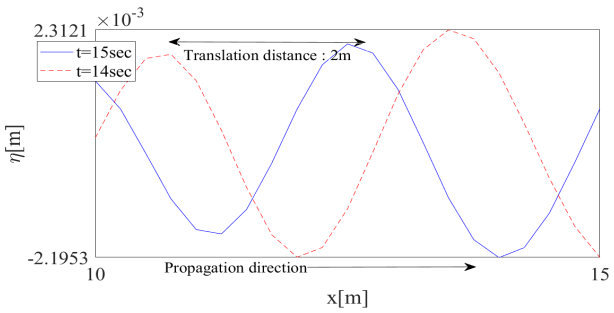
(d) Phase displacement of wave-packet after interaction with a solitary wave whose amplitude is 0.266 m
Fig. 11 phase displacement of different wave-packets: case 1



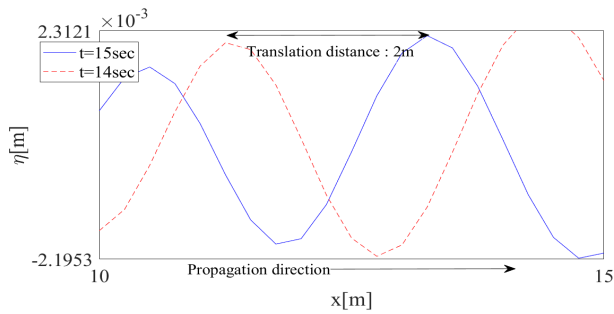
(c) Phase displacement of wave-packet after interaction with a solitary wave whose amplitude is 0.066 m



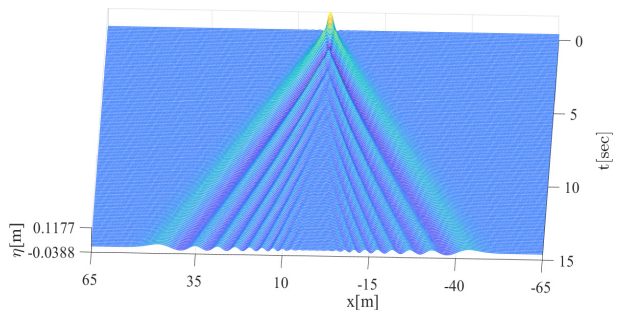
(d) Phase displacement of wave-packet after interaction with a solitary wave whose amplitude is 0.266 m
Fig. 12 phase displacement of different linear wave-packets: case 2



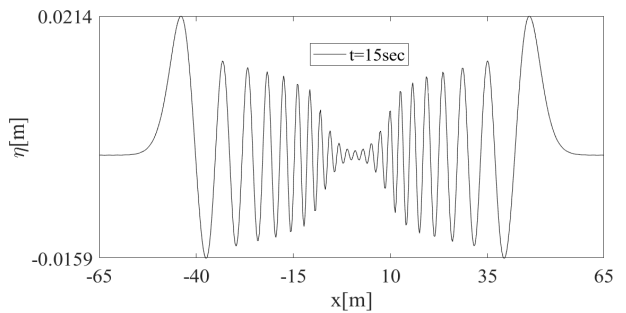
(a) Phase displacement of wave-packet with no interaction



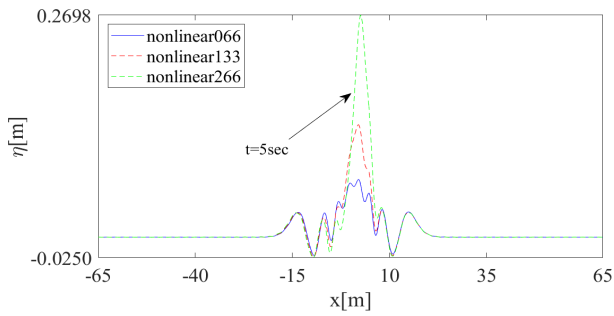
(b) Phase displacement of wave-packet after interaction with a solitary wave whose amplitude is 0.133 m



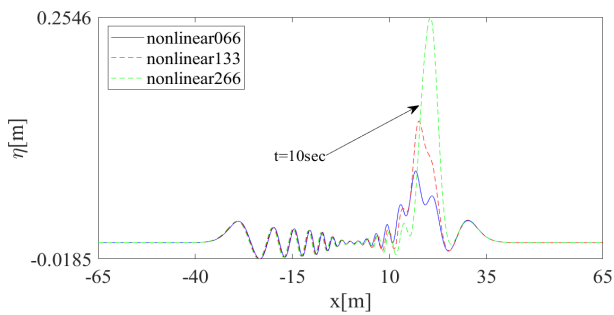
(a) Temporal change of a propagating wave-packet



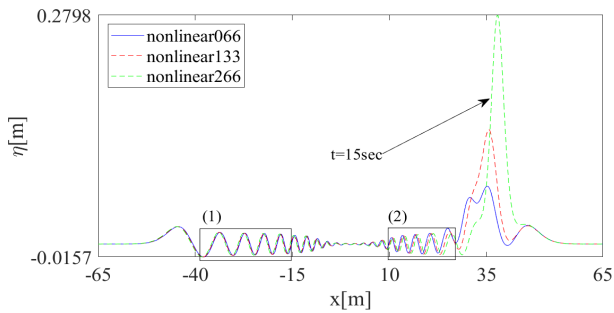
(b) 2D plot of a propagating wave-packet when $t=15$ sec
Fig. 13 Propagating wave-packet, the height of water column: 0.1 m.



(a) Comparison when t is equal to 5 sec

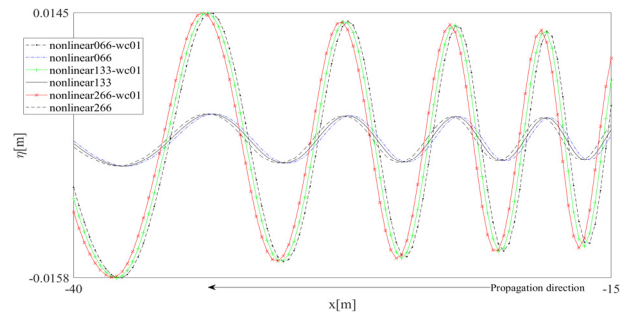


(b) Comparison when t is equal to 10 sec

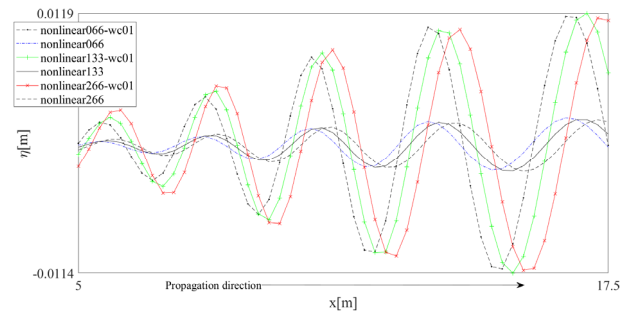


(c) Comparison when t is equal to 15 sec

Fig. 14 Comparison of nonlinear interaction with different wave amplitudes, the height of water column : 0.1 m



(a) case 1



(b) case 2

Fig. 16 Comparison with respect to water columns

4. 결론

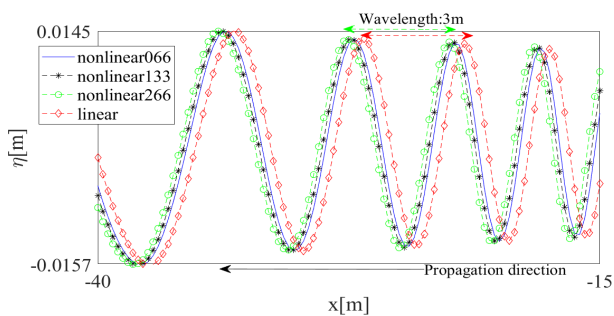
본 연구에서는 개선된 부시네스크 방정식에 PIM을 적용하여 고립파와 파도패킷의 비선형 상호작용에 관한 수치 실험을 수행하였다. 여러 수치 실험 결과를 통해 상호작용 후 파도패킷의 특징에 대하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 파도패킷은 진폭이 큰 고립파와 상호작용할수록 상호작용하지 않은 경우보다 위상의 변화를 준다. 이때, 파의 파장과 위상속도에는 차이가 없다.

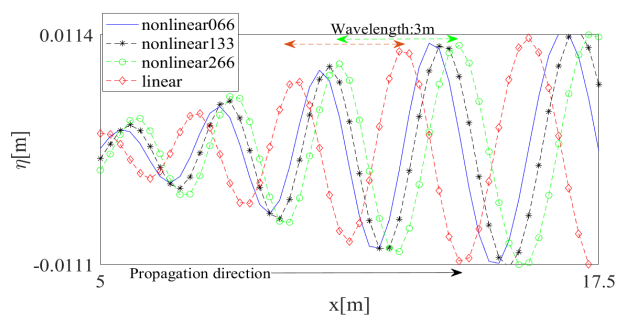
(2) 상대적으로 진폭이 큰 고립파는 (1)의 위상변화를 심화시킨다.

(3) 위의 (1) 과 (2) 현상은 비선형 파동간섭으로 사료된다.

(4) 천수파에서는 수심이 깊을수록 파 속도가 커지는 경향을



(a) case 1



(b) case 2

Fig. 15 Higher magnification of Fig. 14

보이고 진폭이 큰 고립파와 상호작용하는 파도패킷에서 더 큰 위상차가 발생함을 보아 파도패킷이 고립파를 지날 때, 유효 수심이 깊어진 것과 같은 물리적 효과를 얻은 것으로 사료된다.

후 기

이 논문은 부산대학교 기본연구지원사업(2년)에 의하여 연구 되었으며 이에 감사드립니다.

References

- Cooker, M.J., Weidman, P.D. and Bale, D.S. (1997). Reflection of a high-amplitude solitary wave at a vertical wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 342, pp.141–158.
- Jang, T.S. (2017). A new dispersion–relation preserving method for integrating the classical Boussinesq equation. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 43, pp.118–138.
- Park, J.S. and Jang, T.S. (2022). Numerical study on the reflection of a solitary wave by a vertical wall using the improved Boussinesq equation with stokes damping.

Journal of the Society of Naval Architects of Korea, 59(2), 64–71.

- Park, J.S., Cho, D. and Jang, T.S. (2023). A numerical experiment on a new piston-type wavemaker: Shallow water approximation. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 15, 100535.
- Zou, Q. and Su, C.H. (1986). Overtaking collision between two solitary waves. *The Physics of Fluids*, 29(7), pp.2113–2123.
- Kim, J. 2023. *A new numerical algorithm for long time simulation of the Boussinesq equation using Pseudo-parameter Iteration Method(PIM)*. M.S. Pusan: Pusan National University.

