



3차원 오버헤드 크레인의 제어를 위한 다물체 역학 기반 운동 방정식

장준기¹·함승호^{1,†}·권정한²
국립창원대학교 스마트조선모빌리티공학과¹
부산대학교 기계공학부²

Multibody Dynamics-Based Equations of Motion for Control of a Three-Dimensional Overhead Crane

Jun-gi Jang¹·Seung-Ho Ham^{1,†}·Junghan Kwon²
Department of Smart Ocean Mobility Engineering, Changwon National University¹
School of Mechanical Engineering, Busan National University²

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Since cranes are essentially used throughout industries such as shipyards, steel mills, and ports, there are many studies on crane control or modeling in various fields. In general, overhead cranes (gantry cranes) are modeled with a 3D pendulum, but in existing studies, the dynamics modeling of cranes is very complicated. In addition, there are limitations in the part where the wire length is adjusted, which complicates the equation or does not reflect the length adjustment. Therefore, a robust dynamics modeling is easier to model than existing methods. In this study, we modeled the equations of motion using the Discrete Euler-Lagrange equation. This method reflects the length adjustment of the wire as a constraint. We also proposed a method to numerically calculate the moving speed of the crane, given the moving speed of the crane. To verify the proposed method, we performed simulations based on three cases on a three-dimensional crane model and found that the calculations performed well.

Keywords : Overhead crane(오버헤드 크레인), 3D Pendulum(3차원 펜듈럼), Multibody dynamics(다물체 동역학), Discrete euler-lagrange equation(이산 오일러-라그랑주 방정식)

1. 서론

조선소, 제철소, 항만 등에서 무거운 자재를 이동시키는데 오버헤드 크레인이 광범위하게 사용되고 있다. 특히 조선소 선박 건조 과정의 경우 내업 및 외업 공정 모두 오버헤드 크레인을 이용하는 작업을 매우 빈번하게 사용되는 것을 볼 수 있다. 일반적인 오버헤드 크레인은 Fig. 1과 같이 Trolley, Bridge girder, Runways girder로 구성되며 Trolley 아래 Hook가 Wire rope로 연결되어 있다. Hook 아래에는 이송하려는 중량물이 연결된다.

일반적으로 오버헤드 크레인은 작업자가 수동으로 조종하며 중량물을 옮기는 작업을 수행한다. 만약 숙련도가 낮은 작업자가 크레인을 조작하는 경우 크레인 와이어가 과도하게 흔들려 매달린 중량물의 예측할 수 없는 움직임을 초래한다. 이로 인해 주변 작업자 또는 장비와 충돌할 가능성이 있으며 주변 작업자의 부상

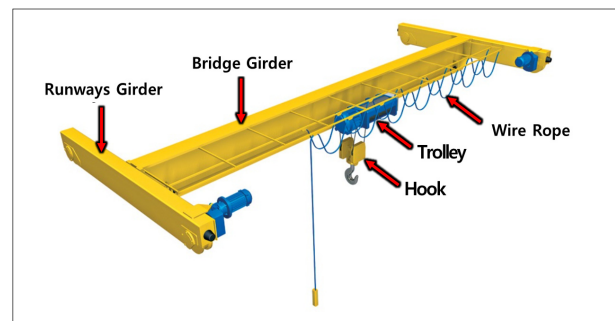


Fig. 1 Common overhead crane structures

또는 사망 사고로 이어질 수도 있다. 또한 크레인의 Trolley, Bridge 등 특정 부위에 불규칙한 동적 하중이 가해지며, 장력과 마찰을 증가시켜 와이어의 조기 마모 또는 파손의 위험을 높일 수 있다. 따라서 크레인의 제어를 통한 중량물의 흔들림 제어가 필요하며

제어 알고리즘을 개발하는 데에는 크레인 운동 방정식이 필수이다.

오버헤드 크레인 Bridge girder의 경우 앞뒤로만 이동 가능하기 때문에 하부에 연결된 중량물의 흔들림을 줄이기 위해서는 일반적으로 Bridge girder의 앞뒤 방향 이동 속도를 제어한다. 줄의 길이에 따라 속도 프로파일을 어떻게 설정하느냐에 따라 매달린 중량물의 거동이 달라진다. 따라서 대부분의 선행 연구는 크레인과 와이어, 중량물을 포함한 운동 방정식을 구성하고 크레인의 속도 프로파일을 통해 움직임을 제어하고 있다. Lee and Lee (1999)의 연구에서는 3차원 공간의 천장 크레인 시스템의 운동 방정식을 Trolley 및 Girder와 줄의 연결된 중량물을 질점 형태의 모델로 정의한다. 하지만 해당 운동 방정식의 경우 비선형적이며 복잡한 상황에 대한 실증적 검증이 부족하다. Nguyen and Nguyen (2017)은 Euler-Lagrange 식을 활용해 3차원 크레인 모델의 운동 방정식을 구성하였다. 유도 과정 중 운동 에너지와 위치 에너지를 정의하지만 실제 운동 방정식을 유도하는 중 매우 복잡한 미분을 수행해야 하는 문제가 있다. 유사하게 3차원에서 카트와 펜듈럼 형태로 모델을 정의 후 Euler-Lagrange를 사용해 운동 방정식을 정의한 Fadlalla and Hassan (2021) 연구가 존재한다. 해당 연구 또한 매우 복잡한 유도 과정을 거쳐야 한다.

앞선 연구에서 살펴보았듯이 크레인 제어의 핵심은 운동 방정식의 구성과 크레인의 속도 프로파일을 어떻게 설정하느냐에 달려있다. 다만, 기존 연구처럼 Euler-Lagrange 방정식을 사용할 경우 기본적으로 2번의 미분을 거쳐야 하기 때문에 변수가 많아 질수록 식이 복잡해진다. 만약 3차원으로 확장을 위해 Trolley의 이동을 포함하거나, 와이어 길이 조절과 같이 변수를 추가하기 위해서는 새롭게 식을 유도해야

본 연구에서는 기존 연구와는 달리 손쉽게 운동 방정식을 구성하기 위해 다물체 동역학 형식 중 하나인 Discrete Euler-Lagrange Equation (DELE)을 사용하였다 (Shabana et al., 2009; Ham et al., 2015). DELE를 사용하여 복잡하게 식을 유도할 필요 없이 주어진 변수로 식을 간단하게 구성할 수 있다는 장점이 있다.

이어지는 2장에서는 DELE를 이용하여 크레인 중량물의 운동 방정식을 유도하고 수치적으로 해석하는 방법에 관해서 설명한다. 3장에서는 유도한 운동 방정식을 활용하여 주어진 속도 프로파일에 따라 중량물의 움직임을 모사하는 과정을 보인다. 여러 가지 시뮬레이션 사례에서 3차원적인 움직임과 와이어 길이 조절까지 가능함을 확인할 수 있다. 마지막으로 4장에서는 결론 및 향후 연구 계획을 언급한다.

2. 3차원 크레인 동역학 모델 유도

2.1 3차원 펜듈럼 모델 정의

운동 방정식을 정의하기 전 적용할 모델을 정의해야 한다. 오버헤드 크레인과 탑재물을 3차원 공간에 Fig. 2와 같이 일반적인 오버헤드 크레인 중량물의 무게중심을 이용한다. 해당 모델은 비교적 단순한 형태의 크레인과 2개의 축 방향으로 동시에 흔들

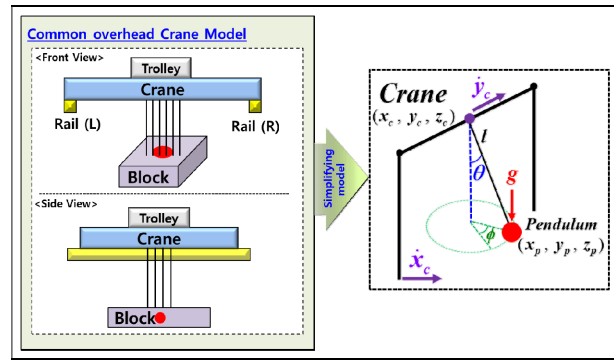


Fig. 2 Define crane-pendulum model

리는 3차원 단일 펜듈럼으로 정의할 수 있다(Mojallizadeh et al., 2023). Fig. 2에서 보이는 바와 같이 x_c, y_c, z_c 및 x_p, y_p, z_p 는 크레인과 펜듈럼의 위치 좌표를 의미한다. \dot{x}_c 와 \dot{y}_c 는 각 축에서의 크레인 속도를 의미한다. 운동 방정식을 통해 크레인과 펜듈럼의 위치를 계산하기 위해 Generalized coordinate (q_k)를 식 (1)과 같이 정의한다. 크레인의 높이 z_c 는 상수로 주어지는 값이므로 Generalized coordinate에서 제외하였다. 그리고 미분을 통해 식 (2)와 같이 Generalized velocity (V_k)를 구할 수 있다.

$$q_k = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$V_k = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ \dot{z}_p \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.2 Discrete Euler-Lagrange Equation을 사용한 운동 방정식 정의

기존 연구들과 다르게 복잡하지 않으면서 손쉽게 운동 방정식을 정의할 필요가 있다. 본 연구에서는 DELE를 통해 운동 방정식을 정의하고자 한다. 해당 방정식의 일반적인 형태의 경우 식 (3)과 같다.

$$\begin{bmatrix} M - G_k^T \\ G_k \Gamma \frac{4\varepsilon}{h^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{k+1} \\ h\lambda_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} MV_k - hF(q_k, V_k) \\ -\frac{g(q_k)}{h} + \Gamma G_k V_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

식 (3)에서 M 은 질량 행렬, G_k 는 제약조건 힘의 방향을 의미하는 Constraint Jacobian, ε 는 스프링 계수처럼 작동하는 Regularization term, h 는 수치적분의 시간 간격 (time step), λ_k

는 Lagrange Multiplier로 제약조건에 의한 힘의 크기, $F(q_K, V_K)$ 는 시스템에 작용하는 외력, $g(q_K)$ 는 제약 조건 (Constraints) 그리고 l 는 Stabilization term으로 시스템의 발산을 방지하는 감쇠 항이다. DELE의 경우 수치 해석을 위해 변분을 적용하여 가속도가 아닌 속도 관계식으로 표현되기 때문에 크레인의 속도를 직접적으로 식에 반영할 수 있다는 장점이 있다. 또한 식 (3)에 보이는 것처럼 기존의 Euler-Lagrange 방정식처럼 변수마다 미분할 필요없이 제약조건만을 미분하면 되기 때문에 식이 복잡하지 않다.

식 (3)을 기반으로 운동 방정식을 정의하기 위해 Constraints (g_K)을 정의해야 한다. 시간에 따른 와이어 길이 변화를 제약조건으로 설정하며 식 (4)와 같이 정의한다. 다음으로 각 변수의 편미분을 통해 Constraint Jacobian(G_K)을 식 (5)와 같이 정의한다.

$$g_K = l_d - l(t) \tag{4}$$

$$= \sqrt{(x_c - x_p)^2 + (y_c - y_p)^2 + (z_c - z_p)^2} - l(t) = 0$$

$$G_K = \frac{1}{l_d} [(x_c - x_p), (y_c - y_p), (x_p - x_c), (y_p - y_c), (z_p - z_c)] \tag{5}$$

운동 방정식을 유도하기 위해 Constraint(g_K)와 Constraint Jacobian(G_K)을 정의하였고 이를 식 (3)에 대입하여 최종 운동 방정식을 유도한다. 좌측 항의 경우 식 (6), 식 (7), 우측 항 또한 식 (8)과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M - G_K^T \\ G_K \quad \Gamma \frac{4\epsilon}{h^2} \end{bmatrix} = \tag{6}$$

$$\begin{bmatrix} m_c & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(x_p - x_c)}{l_d} \\ 0 & m_c & 0 & 0 & 0 & \frac{(y_p - y_c)}{l_d} \\ 0 & 0 & m_p & 0 & 0 & \frac{(x_c - x_p)}{l_d} \\ 0 & 0 & 0 & m_p & 0 & \frac{(y_c - y_p)}{l_d} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_p & \frac{(z_c - z_p)}{l_d} \\ \frac{(x_c - x_p)}{l_d} & \frac{(y_c - y_p)}{l_d} & \frac{(x_p - x_c)}{l_d} & \frac{(y_p - y_c)}{l_d} & \frac{(z_p - z_c)}{l_d} & \Gamma \frac{4\epsilon}{h^2} \end{bmatrix}$$

Table 1 Abbreviation of equation (6),(7),(8)

Item	Abbreviation
m_c	Mass of the crane
m_p	Mass of the pendulums
\dot{x}_c, \dot{y}_c	Crane speed on each axis
\dot{x}_p, \dot{y}_p	Pendulum speed on each axis
l_d	Wire length
f_x, f_y	External forces on each axis
g	gravity

$$\begin{bmatrix} V_{k+1} \\ h\lambda_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ z_p \\ \lambda \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} MV_k + hf(q_k, V_k) \\ \frac{g(q_k)}{h} + \Gamma G_K V_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_c \dot{x}_c + hf_x \\ m_c \dot{y}_c + hf_y \\ m_p \dot{x}_p \\ m_p \dot{y}_p \\ m_p \ddot{z}_p - hm_p g \\ \frac{4\Gamma}{h} \{g_k\} + \frac{\Gamma}{l_d} \{ \dot{x}_c(x_c - x_p) + \dot{y}_c(y_c - y_p) + \dot{x}_p(x_p - x_c) + \dot{y}_p(y_p - y_c) + \dot{z}_p(z_p - z_c) \} \end{bmatrix} \tag{8}$$

식 (6), (7), (8) 사용된 기호의 정의는 Table 1에 정리하였다.

2.3 행렬 분할 (Matrix Partitioning)

크레인의 앞뒤 방향 속도(\dot{x}_c), 좌우 방향 속도 (\dot{y}_c)가 입력으로 주어지게 된다. 따라서 식 (3)을 풀이하기 위해서는 입력 정보와 구해야 하는 값을 구분하여 식을 분해해야 한다. 즉, \dot{x}_c, \dot{y}_c 은 입력되고, 이를 기반으로 $\dot{x}_p, \dot{y}_p, \ddot{z}_p$ 을 구하는 문제가 된다. 따라서 행렬을 분할하여 식을 재구성할 필요가 있다. 식 (6), (7), (8)에서 펜듈럼의 속도 항에 해당하는 1,2행을 제외하고, 식을 다시 정리하면 식 (9)와 같다.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{x_c - x_p}{l_d} & \frac{y_c - y_p}{l_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_p & 0 & 0 & \frac{x_c - x_p}{l_d} \\ 0 & m_p & 0 & \frac{y_c - y_p}{l_d} \\ 0 & 0 & m_p & \frac{z_c - z_p}{l_d} \\ \frac{x_p - x_c}{l_d} & \frac{y_p - y_c}{l_d} & \frac{z_p - z_c}{l_d} & \Gamma \frac{4\epsilon}{h^2} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} m_p \dot{x}_p \\ m_p \dot{y}_p \\ m_p \ddot{z}_p - hm_p g \\ \frac{4\Gamma}{h} \{g_k\} + \frac{\Gamma}{l_d} \{ \dot{x}_c(x_c - x_p) + \dot{y}_c(y_c - y_p) + \dot{x}_p(x_p - x_c) + \dot{y}_p(y_p - y_c) + \dot{z}_p(z_p - z_c) \} \end{bmatrix} \tag{9}$$

일차적으로 행렬 분할 과정을 진행한 식 (9)를 기반으로 역행렬을 곱하면 식 (10)으로 정의할 수 있다. 해당 운동 방정식에서 X, Y 축 크레인의 속도를 입력했을 경우 펜듈럼의 속도 및 위치를 계산할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ \dot{z}_p \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_p & 0 & 0 & \frac{x_c - x_p}{l_d} \\ 0 & m_p & 0 & \frac{y_c - y_p}{l_d} \\ 0 & 0 & m_p & \frac{z_c - z_p}{l_d} \\ \frac{x_p - x_c}{l_d} & \frac{y_p - y_c}{l_d} & \frac{z_p - z_c}{l_d} & \Gamma \frac{4\epsilon}{h^2} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} m_p \dot{x}_p \\ m_p \dot{y}_p \\ m_p \dot{z}_p - l m_p g \\ \frac{4\Gamma}{h} \{g_x\} + \frac{\Gamma}{l_d} \{ \dot{x}_c(x_c - x_p) + \dot{y}_c(y_c - y_p) + \dot{x}_p(x_p - x_c) + \dot{y}_p(y_p - y_c) + \dot{z}_p(z_p - z_c) \} \end{bmatrix} \quad (10)$$

2.4 와이어 길이 조절

2.3절에서 유도한 운동 방정식에서 와이어의 길이가 순간적으로 변하면 비현실적인 물리적 반응이 발생한다. 따라서 부드럽게 와이어 길이가 변하도록 속도와 가속도 개념을 사용하였다. 와이어 길이가 변하는 기간(T_{stop})을 설정하며 해당 기간 사이에 길이 변화($l_c(t)$)는 식 (11)로 결정한다. 해당 방법은 와이어 속도를 가속도($\ddot{l}(t)$) 기반으로 일정하게 증감시켰고, 최대 속도(\dot{l}_{max})를 넘지 않도록 길이 변화 속도를 제한하였다. 길이 변화 시간을 지나게 되면 와이어의 속도 변화 $\dot{l}_c(t)$ 는 0이 되어 와이어 길이 변화를 멈춘다.

$$\dot{l}_c(t + dt) = \begin{cases} \dot{l}_c(t) + \ddot{l}(t) \times dt & \text{if } \dot{l}_c < \dot{l}_{max} \\ \dot{l}_{max}(t) & \text{if } \dot{l}_c \geq \dot{l}_{max} \end{cases} \quad (11)$$

$$\dot{l}_c(t) = 0 \text{ if } t \geq T_{stop}$$

2.5 수치 적분

2.3절에서 유도한 운동 방정식은 비선형이므로 수치 적분을 통해 매시간 계산을 수행한다. 수치 적분을 통한 시간 진행 방법을 Fig. 3에 나타내었다.

- (1) 입력 단계: 초기 펜듈럼의 위치 및 속도, 각 축에서의 크레인 속도 마지막으로 종료 시점을 판단하는 현재 시간(T_c) 및 계산 종료 시간(T_E)을 입력한다.
- (2) 펜듈럼 속도 계산 단계: (1) 단계에서 입력받은 값을 기반으로 운동 방정식에 해당하는 식 (10)을 계산 후 각 축에서 펜듈럼의 속도를 계산한다.

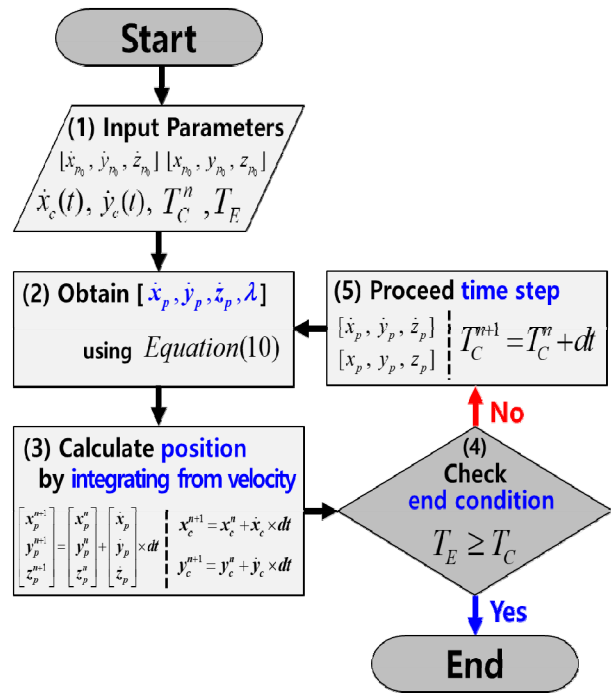


Fig. 3 The procedure of calculating dynamic equation

- (3) 펜듈럼과 크레인 위치 계산: (2) 단계에서 계산한 각 축에서 펜듈럼의 속도 및 크레인의 속도 값을 기반으로 현재 시점의 크레인 위치와 펜듈럼의 위치를 계산한다.
- (4) 계산 종료 판단 단계: (3) 단계에서의 계산 시점을 기준으로 계산 종료 시간과 비교하여 수치 적분 계산 진행을 판별한다. 현재 시간이 종료 시간보다 작은 경우 앞선 계산 과정을 진행한다.
- (5) 시간 및 펜듈럼 상태 업데이트 단계: (3) 단계에서 계산한 펜듈럼의 위치 및 속도의 값 그리고 현재 시간을 (4) 단계가 종료될 때까지 계산을 반복한다.

본 연구를 통해 DELE를 기반으로 3차원 크레인-펜듈럼 모델에 적용할 수 있는 운동 방정식을 유도하였고, 행렬 분해를 통해 Bridge girder와 Trolley의 속도 입력, 와이어 길이에 따라 종량물의 운동을 계산할 수 있도록 식을 변형하였다. 또한, Fig. 3의 과정을 통해 안정적인 수치 적분을 수행할 수 있는 방법을 제안하였다.

3. 적용

3.1 오버헤드 크레인 제원 및 운동 방정식의 Parameter 선정

대상 오버헤드 크레인 및 공장의 주요 제원을 table 2에 정리하였다. 오버헤드 크레인의 이동 거리는 실제 조선소 내업 공장을 참고하여 결정하고, 크레인의 가속도와 속도의 최대값을 크레인 카탈로그를 참고하였다.

Table 2 Specification of simulations

Item	Value
Factory length	130 m
Factory width	11 m
Factory Height	15 m
Crane width	12 m
l_0	5.7 m
\ddot{x}_{max}	$\pm 0.1 \text{ m/s}^2$
\dot{x}_{max}	$\pm 2.0 \text{ m/s}$
\ddot{y}_{max}	$\pm 0.01 \text{ m/s}^2$
\dot{y}_{max}	$\pm 0.2 \text{ m/s}$

Table 3 Simulation parameters of equation (10)

Item	Value	Item	Value
m_p	50 Kg	Γ	1.0
h	0.01 s	ϵ	1e-05
T_E	120 s	g	9.81 m/s^2

3.2 시뮬레이션 Case 선정

본 연구에서는 2장에서 구성된 운동 방정식이 제대로 동작함을 확인하기 위해 다음 3가지 Case를 선정하였다. Case 1은 X축으로 Bridge girder만 이동하는 2차원 시뮬레이션이다. Case 2는 Bridge girder와 함께 Trolley가 Y축으로 동시에 움직이는 3차원 시뮬레이션이다. 마지막으로 Case 3는 X, Y축으로 동시에 움직이면서 와이어 길이까지 조정한다. 3가지 Case에서 운동 방정식 풀이에 필요한 공통 파라미터는 Table 3와 같다.

(1) Case 1. 2차원 시뮬레이션

Case 1의 경우 크레인의 Bridge가 X축으로 120m 이동하는 시뮬레이션을 진행하였다. 2.3절에서 유도한 운동 방정식의 경우 속도를 입력해야 한다. 즉, 유도한 운동 방정식으로 시뮬레이션을 진행하기 위해서는 크레인의 속도 프로파일을 설정해야 한다. 이를 위해 Hong et al. (1997)를 참고하여 가속 구간, 최대 정속 구간, 감속 구간을 가지는 사다리꼴 형태의 속도 프로파일을 설정하였다. 크레인의 X축 방향의 최대 속도와 최대 가속도를 참고해 \dot{x}_c 값을 가속, 최대 정속, 감속 구간을 각각 20s, 40s, 20s로 결정하였다. 해당 속도 그래프는 Fig. 4와 같은 형태로 표현할 수 있다.

Fig. 4에서 정의한 속도 프로파일을 사용하여 시뮬레이션을 진행한 결과는 Fig. 5와 같다. 그래프의 가로축은 시뮬레이션 시간이다. x_c 와 x_p 그래프의 세로축은 이동 거리 그리고 두 번째 θ 그래프의 세로축은 각도를 의미한다. 마지막으로 \dot{x}_p 그래프의 세로축은 속도를 의미한다. 흔들린 각도(θ)를 보면, 크레인의 초기 가속 구간에서 멈춰있던 중량물이 먼저 움직인 Bridge에 이끌려 가면서 앞으로 흔들리는 모습을 보여준다. 이후 최대 정속 구간에서는 댐핑으로 인해 진동이 잦아드는 모습을 보인다. 이후 감속

구간에서 중량물의 관성으로 인해 앞으로 흔들리는 모습을 보이며, 크레인이 멈춘 이후에도 진동을 하면서 서서히 멈추게 된다. 이를 통해 크레인의 운동을 통한 중량물의 진자 운동이 정확하게 모사됨을 확인할 수 있다.

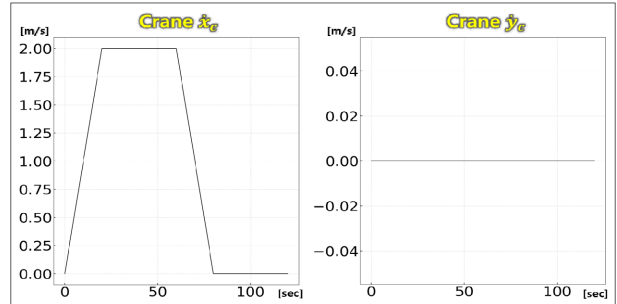


Fig. 4 Speed profile of case 1

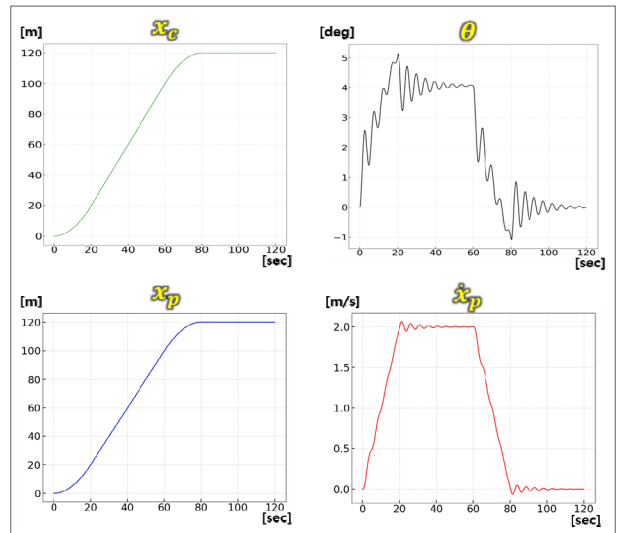


Fig. 5 Simulation result of case 1

(2) Case 2. 3차원 시뮬레이션

Case 2에서 Bridge는 Case 1과 동일하게 X축으로 120m 이동하고, Trolley가 Y축으로 10m 이동하는 시뮬레이션을 수행하였다. \dot{x}_c 는 Case 1과 같은 사다리꼴 속도 프로파일을 구성하였다. \dot{y}_c 의 경우 Y축 방향의 최대 속도와 최대 가속도를 기반으로

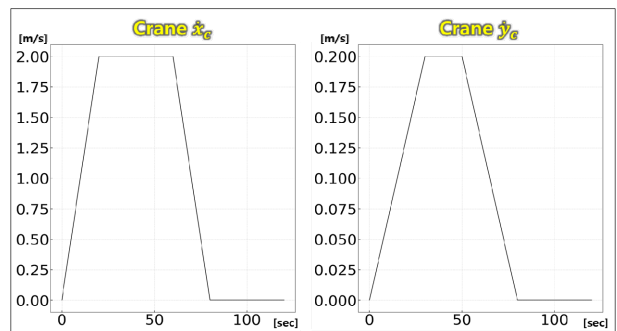


Fig. 6 Speed profile of case 2

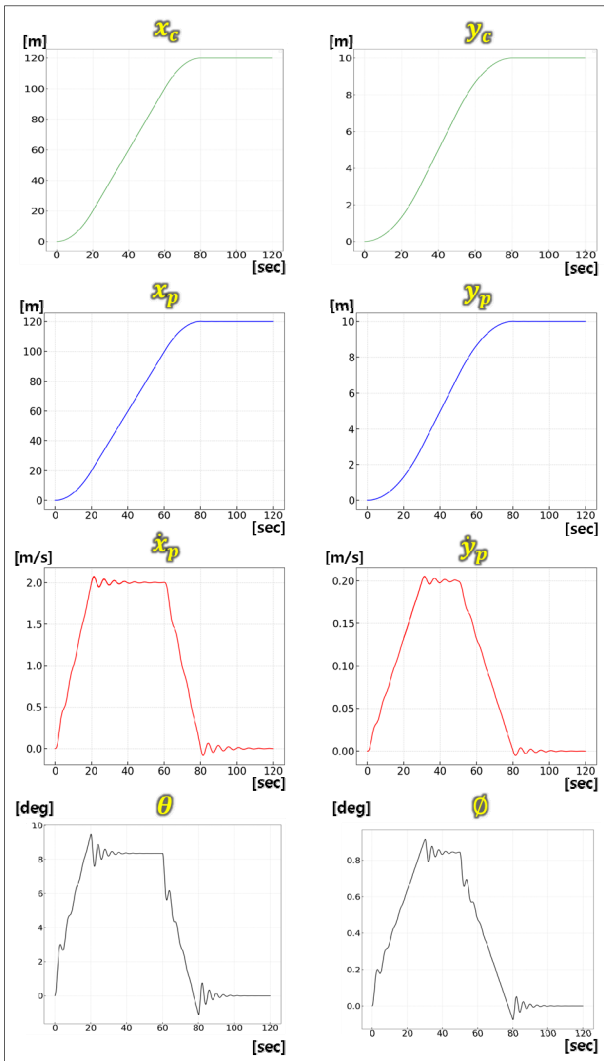


Fig. 7 Simulation result of case 2

사다리꼴 속도 프로파일을 구성하였고, 가속, 최대 정속, 감속의 경우 30s, 20s, 30s로 결정하였다. 각 축에서 속도 그래프는 Fig. 6과 같다.

운동 방식의 3차원 시뮬레이션 결과는 Fig. 7과 같다. X축은 Case 1과 거의 동일한 결과가 나왔다. Y축의 경우에도 가속, 최대 정속, 감속 구간에서 중량물이 보여야하는 진자 운동이 정확하게 나타났다. 따라서 3차원으로 확장된 경우에도 2개의 각도에 대해서 3차원 진자 운동이 잘 구현되었음을 확인할 수 있다.

(3) Case 3. 와이어 길이 조절을 포함한 3차원 시뮬레이션

Case 3의 경우 크레인이 이동하면서 동시에 와이어 길이를 변경하였다. \dot{x}_c 및 \dot{y}_c 의 값은 Case 2와 같이 Fig. 6의 사다리꼴 속도 프로파일로 입력하였다. 와이어의 길이 조절을 위해 Table. 4와 같이 와이어 길이의 최대 속도와 가속도를 설정하였고, 이동하면서 20초간 와이어 길이가 줄어들도록 설정하였다.

시뮬레이션을 진행한 결과는 Fig. 8과 같다. 와이어 길이의 변경이 반영되면서도 각 구간에서 정상적인 진자 운동을 확인할 수 있다.

Table 4 Simulation parameters of case 3

Item	value
$\ddot{i}(t)$	-0.02 m/s ²
$i_{max}(t)$	-0.1 m/s
T_{stop}	20 s

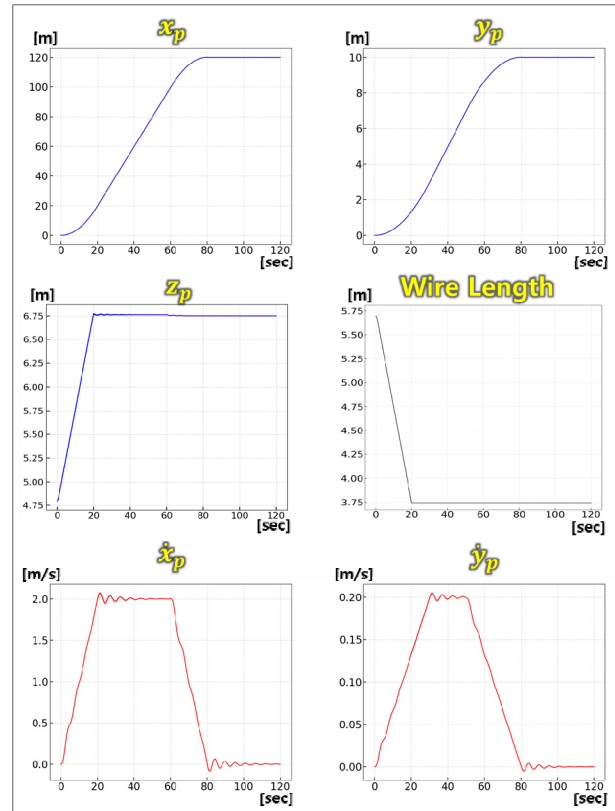


Fig. 8 Simulation result of case 3

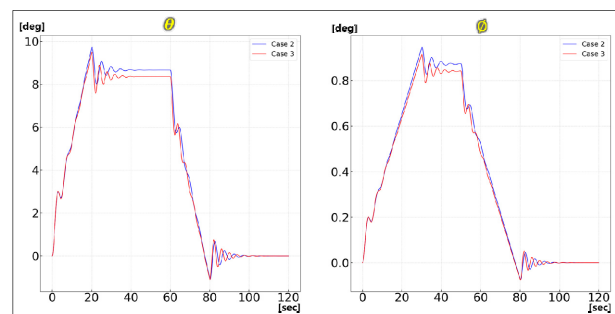


Fig. 9 Compare vibration period of case 2 and case 3

한편, 와이어 길이가 변경되었기 때문에 주기 변화가 예상되었다. 식 (12) 같이 일반적인 진자 운동에서 와이어 길이가 줄어들면 주기(T)가 작아진다. Fig. 9를 보면 Case 2보다 Case 3의 와이어 길이가 5.7m에서 3.75m로 줄어 식 (12)에 따르면 주기가 약 0.8배 작아진 것을 확인할 수 있다.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{12}$$

4. 결론

기존의 연구 대부분 크레인 운동 방정식을 Euler-Lagrange 방정식을 기반으로 정의했다. 하지만 식의 유도 과정이 복잡하기 때문에 본 연구는 다물체 동역학을 기반의 DELE를 사용해 3차원 오버헤드 크레인 모델의 운동 방정식을 정의하였다. 크레인의 속성 정보만으로 손쉽게 운동 방정식에 대입할 수 있었으며, 와이어 길이를 제약 조건으로 추가하여 와이어 길이 조절이 용이하였다. 해당 방정식은 기존 운동 방정식과 다르게 크레인의 속도 성분만 입력했을 때 펜듈럼의 위치를 계산할 수 있다는 장점이 있다. 37개 case의 시뮬레이션 결과를 통해 3차원에서 안정적인 계산을 수행하며 이동하는 것을 확인하였다.

향후 연구로는 크레인의 움직임에 따른 중량물의 각도 변화를 실제 하드웨어를 구축하기 위해 Jung et al. (2016)에서 제시하는 이퀄라이저 및 와이어 로프 모델링 방법을 참고한다. Chun et al. (2018)에서 제시하는 블록의 초기 평형자세를 탐색 방법을 적용하고, Chun et al. (2022), Ahn et al. (2025)에서 제시하는 블록의 AI 학습을 통한 제어 알고리즘 개발하고, 해당 운동 방정식을 검증할 계획이다. 더 나아가 2차원 평면에서 강화학습을 기반으로 크레인의 이동 및 흔들림을 제어하는 Kim et al. (2022)을 참고하여 본 연구에서 개발한 3차원 운동 방정식과 Proximal Policy Optimization Algorithms (Schulman et al., 2017)을 사용해 제어 알고리즘을 개발할 계획이다. 해당 제어 알고리즘의 경우 스스로 학습을 통해 와이어의 흔들림을 제어하면서 동시에 목표 위치에 이동하기 위해 속도 프로파일을 자동으로 생성한다.

후 기

본 연구는 이 논문은 2025~2026년도 창원대학교 자율연구 과제 연구비 지원으로 수행된 연구 결과임을 밝히며 이에 감사드립니다.

References

Ahn, D.H., Roh, M.I., Yeo, I.C., and Lee, H.W., 2025. An adaptive control method of an offshore floating crane based on deep reinforcement learning considering various operating conditions. *2025 Joint Academic Conference of the Korean Association of Ocean Science and Technology Societies (KAOSTS)*, Busan, 8–10 May, 2025.

Chun, D.H., Roh, M.I., Han, S.H., and Lee, H.W., 2018. A study on the methods for finding initial equilibrium position of a lifting block for the safe erection. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 55(4), pp.135–143.

Chun, D.H., Roh, M.I., and Lee, H.W., 2022. Automation of crane control for block lifting based on deep reinforcement learning. *Journal of Computational Design and Engineering*, 9(4), pp.1430–1448.

Fadlalla, A.A., and Hassan, M., 2021. Dynamic modeling and feedback linearization control of a 3-D overhead gantry crane system. *2021 IEEE International IOT, Electronics and Mechatronics Conference*, Toronto, Canada, 1–6 April 2021.

Ham, S.H., Roh, M.I., Lee, H., and Ha, S., 2015. Multibody dynamic analysis of a heavy load suspended by a floating crane with constraint-based wire rope. *Ocean Engineering*, 109, pp.145–160.

Jung, D.U., Cha, J.H., Song, C.Y., and Lee, C.H., 2016. Development of an automation library in multi-body dynamics program for dynamic structural analysis of block lifting process. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, pp.297–305.

Mojallizadeh, M.R., Brogliato, B., and Prieur, C., 2023. Modeling and control of overhead cranes: A tutorial overview and perspectives. *Annual Reviews in Control*, 56, 100877.

Hong, K.S., Sohn, S.C., and Lee, M.H., 1997. Sway control of a container crane (Part I) : Modeling, control strategy, error feedback control via reference velocity profiles. *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems* (3)1, pp.23–31.

Kim, N., Jung, M., Yoon, I., Park, M., and Ahn, C. R. 2022. Reinforcement learning-based transportation and sway suppression methods for gantry cranes in simulated environment. *2022 Winter Simulation Conference*, Marina Bay Sands, Singapore, 11–14 December 2022.

Lee, J.G., and Lee, S.R., 1999. The modeling of overhead crane system. *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, 16(9), pp.166–171.

Nguyen, H.P.L., and Nguyen, Q.C., 2017. Nonlinear optimal control of a 3-D overhead crane with varying rope length, *17th International Conference on Control, Automation and Systems*, Jeju, Republic of Korea. 760–765 October 2017.

Shabana, A.A., 2009. *Computational dynamics*. John Wiley & Sons.

Schulman, J., Wolski, F., Dhariwal, P., Radford, A., Klimov, O., 2017. *Proximal Policy Optimization Algorithm*, URL: <https://arxiv.org/abs/1707.06347> [Accessed 14 May 2025].



장준기

함승호

권정한