



복합평판구조물의 고주파수 대역 유체/구조 연성 소음진동예측을 위한 에너지흐름유한요소해석

윤태흠¹·박영호^{2,†}

한국조선해양기자재연구원¹

국립창원대학교 조선해양공학과²

Energy Flow Finite Element Analysis for High Frequency Acoustic and Vibrational Prediction of Complicated Plate Structures Considering Fluid-Structure Interaction

Tae-Heum Yoon¹·Young-Ho Park^{2,†}

Korea Marine Equipment Research Institute¹

Department of Naval Architecture and Marine Engineering, Changwon National University²

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

In this paper, the Energy Flow Finite Element Analysis (EFFEA) was performed to predict the acoustic and vibrational responses of complicated plate structures considering improved Fluid-Structure Interaction (FSI). For this, a new power transfer relationship was derived at the area junction where two different fluids are in contact on both sides of the plate. In order to increase the reliability of EFFEA of complicated plate structures immersed in a high-density fluid, the corrected flexural wavenumber and group velocity considering fluid-loading effect were derived. As the specific acoustic impedance of the fluid in contact with the plate increases, the flexural wavenumber of the plate increases. As a result, the flexural group velocity is reduced, and the spatial damping effect of the flexural energy density is increased. Additionally, for the EFFEA of arbitrary-shaped built-up structures, the energy flow finite element formulation for the acoustic tetrahedral element was newly performed. Finally, for validation of the derived theory and developed software, numerical applications of complicated plate structures submerged in seawater or air were successfully performed.

Keywords : Energy Flow Analysis(EFA, 에너지흐름해석법), Energy Flow Finite Element Analysis(EFFEA, 에너지흐름유한요소해석법), Fluid-Structure Interaction(FSI, 유체구조연성), Fluid loading effect(접수효과), Corrected flexural wavenumber(보정된 굽힘파수)

1. 서론

최근 들어 기술이 발전하고 환경 및 안전에 대한 규제가 증가함에 따라 선박이나 자동차, 항공기와 같은 수송시스템(transportation system)의 실내소음(interior noise) 및 방사소음(radiated noise) 성능에 대한 중요성이 점차 증가하고 있으며, 특히 군사적 목적으로 건조되는 함정의 경우에는 생존과 직접적인 연관성을 갖고 있어 수중방사소음(underwater radiated noise, URN) 성능이 매우 중요하다. 따라서 관련 산업에서는 설계 초기 단계부터 활용할 수 있는 신뢰성 있는 진동

소음 해석기법이 필요하다.

복합구조물의 진동응답뿐만 아니라 실내소음이나 방사소음을 예측할 수 있는 수치해석 기법에는 주파수에 따라 다양한 해석법이 활용되고 있다. 저주파수 대역에서 모드 특성과 위상(phase)을 고려할 수 있는 변위해(displacement solution)에 기반한 전통적인 유한요소해석법(traditional finite element analysis, FEA)이나 경계요소해석법(traditional boundary element analysis, BEA)이 주로 적용되고 있고, 고주파수 대역에서는 여러 가지 동특성의 불확실성 증가와 해석 효율성 향상을 위해 에너지(energy) 기반의 통계적에너지해석법(statistical energy analysis, SEA)과 에

너지흐름해석법(energy flow analysis, EFA)이 활용되고 있다. 이 밖에도 시스템의 동특성에 저주파수 특성과 고주파수 특성이 혼재된 중주파수 대역에서는 신뢰성 높은 예측을 위해 유한요소법과 통계적에너지해석법의 장점을 이용한 혼합형 유한요소-통계적에너지해석기법(hybrid FEA-SEA technique)이 제안되었다(Langley, 1999).

일반적으로 고주파수 영역에서 활용할 수 있는 해석기법 중, 통계적에너지해석법(Lyon and Dejong, 1995)이 가장 일반적으로 다양한 산업에서 활용되고 있으나 일차 연립방정식 형태의 파워평형식(power balance equation)을 갖고 있어 유한요소기법(finite element technique)을 사용할 수 없다. 따라서 해석모델 생성 과정에서 이론적 차이로 인해 저주파수 대역에서 다양한 구조진동해석 목적으로 생성된 기존 유한요소모델을 직접적으로 활용하는 데 한계가 있고, 하부시스템(subsystem)은 단일 동특성을 갖고 있으므로 하부시스템 내부의 국부적인 특성을 고려할 수 없다는 단점이 있다. 이를 극복하기 위한 대안으로 제안된 에너지흐름해석법(Belov et al., 1977)은 열전도 미분방정식(heat conduction typed differential equation) 형태의 에너지지배방정식(energy governing equation)을 갖고 있어 유한요소기법(Cho, 1993)이나 경계요소기법(Lee et al., 2003)과 같은 수치해석기법을 활용하여, 기존 유한요소모델이나 전산 도면(CAD drawing)의 직접적 활용이 용이하고 복합구조물의 진동소음 국부 설계(local design)를 고려할 수 있다.

최근 들어 에너지흐름해석기법을 이용해 진동소음해석을 위한 연구가 활발히 진행되었는데, 대표적으로 적용된 수치해석기법에 따라 에너지흐름유한요소해석법(energy flow finite element analysis, EFFEA)과 에너지흐름경계요소해석법(energy flow boundary element analysis, EFBEA)으로 구분할 수 있다. 하지만 기존 연구들은 육면체 요소(hexahedron element)에 대한 연구만 수행되어 임의의 형상의 실내 음장 예측에 한계가 있거나 해수와 같은 밀도가 높은 유체(heavy fluid)에 접수 시 굽힘파의 전파특성 변화를 고려하지 않았고(Kim, 2007) 부가질량효과(added mass effect)나 방사손실(radiation loss)등의 고려도 부족했다(Kwon, 2009).

고주파수 대역에서 해수에 접수된 임의의 형상을 가진 복합구조물의 신뢰성 있는 진동 소음 에너지분포를 예측하기 위해서는 유체구조연성(Fluid-Structure Interaction, FSI) 효과를 반영한 해석기법의 개발이 필수적이다.

이번 연구에서는 고주파수 대역에서 임의의 형상의 복합평판구조물의 실내소음과 진동응답 예측을 위해 먼저 3차원 사면체(tetrahedron)형상의 음향 에너지흐름유한요소를 정식화하였다. 또한 양면에 서로 다른 임의의 유체에 접수된 평판의 신뢰성 높은 진동에너지 예측을 위해 부가질량효과를 고려한 굽힘파의 수정된 에너지전달속도를 새롭게 유도하였다. 마지막으로 유체구조 연성 시스템의 실내소음과 진동응답을 동시에 해석하기 위한 파워전달관계 도출을 위해 평판으로 분리된 음향공간에서 음향에서 파워가 입사할 경우 파워투과반사계수(power transmission and reflection coefficients) 유도와 평판에서 파워가 입사할 경우 파워투과반사

계수를 새롭게 유도하였다. 마지막으로 복합구조물의 유체구조 연성효과를 고려한 에너지흐름유한요소해석을 수행하였다.

2. 구조/음향 연성을 고려한 에너지흐름유한요소 정식화

2.1 음향기진 음향구조-음향 면경계 파동전달해석

구조/음향 연성을 고려한 에너지흐름유한요소해석을 위해 Fig. 1과 같이 음향요소와 구조요소간 생성되는 면경계(area junction)에 대한 파동전달해석(wave transmission analysis)이 요구된다. 식 (1)~(3)은 각각 유체1에서 θ_1 로 평판에 입사하는 음압 입사파(p_i)와 θ_1 로 반사하는 음압 반사파(p_r), 평판의 굽힘파(ξ)를 보여준다.

$$p_i = Ae^{j(\omega t - k_{1x}x - k_{1y}y)} \quad (1)$$

$$p_r = Be^{j(\omega t + k_{1x}x - k_{1y}y)} \quad (2)$$

$$\xi = Le^{j(\omega t - k_y y)} \quad (3)$$

여기서 ω 는 파동의 각주파수(angular frequency, rad/s)이고 $k_{1x} = k_1 \cos \theta_1$ 와 $k_{1y} = k_1 \sin \theta_1$ 은 음파의 파수(wavenumber, rad/m)의 각각 x, y방향 성분을 나타낸다. A, B, L은 각각 음파의 입사파, 반사파, 평판 굽힘파의 복소 계수(complex coefficients)고, 경계면 방향 파수 매칭에 의해 $k_{1y} = k_y$ 이다.

유체 매질1 측 평판 표면에서 음압(p)과 매질 입자속도(particle velocity, v) 간의 관계식을 얻기 위해 식 (4)의 오일러 공식(Euler formula)을 이용하면 식 (5)와 같은 각 파동의 크기 사이의 관계식을 유도할 수 있다.

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (4)$$

$$B = A - j\omega \rho_1 \frac{\omega}{k_{1x}} \xi \quad (5)$$

여기서 ρ 와 ρ_1 은 각각 유체 밀도(kg/m^3)와 유체1의 밀도이며 v 는 $j\omega \xi$ 이다.

유체 매질2에서 식 (6)으로 표현된 투과파(transmitted wave) 압력(p_t)의 크기(C)와 유체 표면($x=0$) 입자 수직 변위(ξ)와 식 (4)를 이용하면 식 (7)이 유도된다.

$$p_t = Ce^{j(\omega t - k_{2x}x - k_{2y}y)} \quad (6)$$

$$C = j\rho_2 \frac{\omega^2}{k_{2x}} \xi \quad (7)$$

여기서 $k_{2x} = k_2 \cos \theta_2$ 와 $k_{2y} = k_2 \sin \theta_2$ 는 음파의 파수(k_2)의 각각 x, y

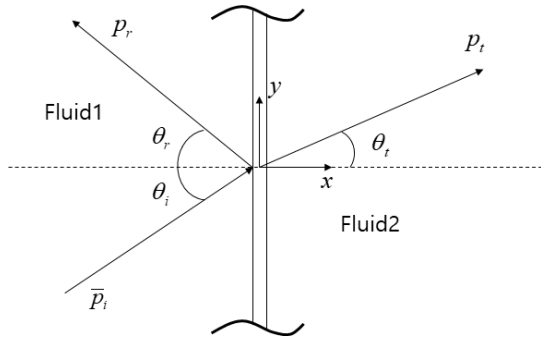


Fig. 1 Wave transmission analysis of semi infinite air-plate-air area junction

방향 성분을 나타낸다. 또한 경계면 방향 파수 매칭에 의해 $k_{2y}=k_y$ 이고 ρ_2 는 유체2의 밀도이다.

양쪽 유체 매질의 음압에 의해 가진되는 평판의 x방향 수직변위의 운동방정식은 식 (8)과 같이 표현할 수 있다.

$$D_s \frac{\partial^4 \xi}{\partial y^4} + \rho_s h \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = p^- \Big|_{x=0} - p^+ \Big|_{x=0} \quad (8)$$

여기서 D_s 는 평판의 굽힘강성(flexible rigidity)이고 ρ_s 와 h 는 평판의 밀도와 두께이며, p^- 는 유체 매질1에서 식 (1), (2)의 p_1 와 p_2 의 합을 의미하고 p^+ 는 유체 매질2에서 투과파 p_t 를 의미한다.

식 (1)~(7)을 이용하여 각 파동의 계수를 구하고 입사각에 대한 입사 면적을 고려한 파워투과반사계수를 구하면 식 (9)~(11)과 같다.

$$\tau_{aa12} = \frac{I_t \cos \theta_t}{I_{inc} \cos \theta_i} \quad (9)$$

$$\tau_{ap} = \frac{I_{plate}}{I_{inc} \cos \theta_i} \quad (10)$$

$$\gamma_{aa11} = \frac{I_r}{I_{inc}} \quad (11)$$

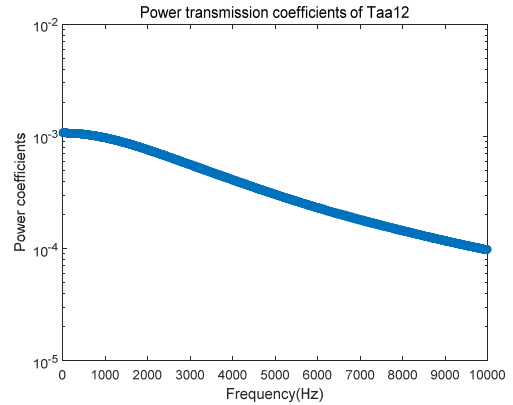
여기서 τ_{aa12} 는 음향매질 1에서 2로의 파워투과계수를 의미하고 τ_{ap} 는 음향1에서 평판 굽힘파로 파워투과계수, γ_{aa11} 는 음향공간 1에서 1로의 파워반사계수를 의미하며, 각 인텐시티(intensity, W/m)는 식 (12)~(15)로 표현할 수 있다.

$$I_{inc} = \frac{1}{2} \frac{|A|^2}{\rho_1 c_1} Re \left\{ \frac{k_{1x}}{k_1} \right\} \quad (12)$$

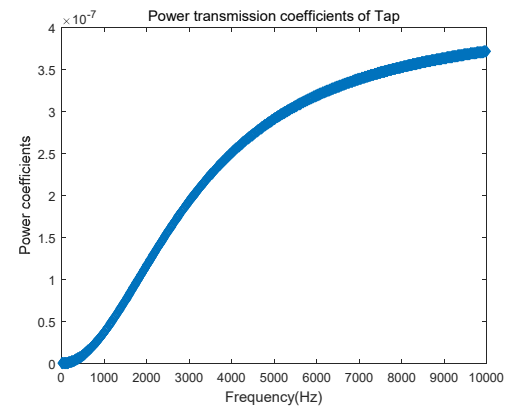
$$I_r = \frac{1}{2} \frac{|B|^2}{\rho_1 c_1} Re \left\{ \frac{k_{1x}}{k_1} \right\} \quad (13)$$

$$I_t = \frac{1}{2} \frac{|C|^2}{\rho_2 c_2} Re \left\{ \frac{k_{2x}}{k_2} \right\} \quad (14)$$

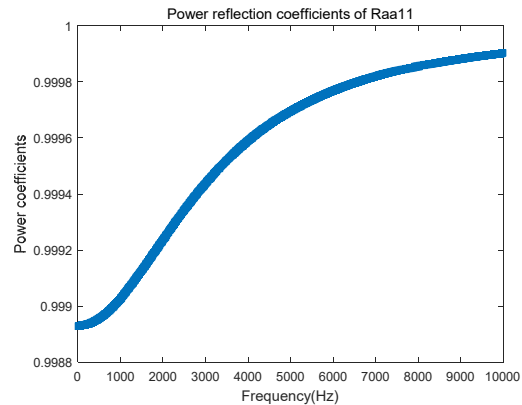
$$I_{plate} = D_s k_y^3 \omega |L|^2 \quad (15)$$



(a) Power transmission coefficients(τ_{aa12})



(b) Power transmission coefficients(τ_{ap})



(c) Power reflection coefficients(γ_{aa11})

Fig. 2 Wave transmission analysis of semi infinite fluid-plate-fluid area junction(acoustic excitation)

여기서 c_1 과 c_2 는 각각 유체1,2에서의 음파의 위상속도이다.

분산장(diffuse field)의 파워투과반사계수를 얻기 위해 입사각에 대한 평균된 식 (16)을 사용한다.

$$\tau_{diffuse} = \int_0^{\pi/2} \tau(\theta) \sin 2\theta d\theta \quad (16)$$

두께 0.01m의 철($E=2.1 \times 10^{11}$ Pa, $\rho=7800$ kg/m³, $\nu=0.28$) 재질의 무한 평판에 입사파 쪽 유체는 공기, 투과파 쪽 유체는 해수인 모델에 대해 음향-구조-음향 면연성 파동전달 수치해석 결과는

Fig. 2와 같다. 해석 결과는 음향 파워반사계수(γ_{aa11})가 가장 큰 값을 가져 대부분 입사 파워가 반사되며 반대편 해수 음장으로의 파워투과계수(τ_{aa12})는 주파수가 높아짐에 따라 작아지는 것을 확인할 수 있다. 유체1에서 유체2로의 주파수 증가에 따른 파워투과계수가 작아지면 격벽 투과손실(transmission loss, TL)은 반대로 커진다는 의미이므로 TL의 주파수에 따른 일반적인 특성을 잘 반영하고 있다. 해당 파동전달해석 모델에서 전체 파동의 파워는 보존되기 때문에 반대로 평판으로의 투과계수(τ_{ap})와 공기중으로 반사계수(γ_{aa11})는 높아지는 경향을 보이는 것을 확인할 수 있다.

2.2 평판가진 음향구조-음향 면경계 파동전달해석

유체/구조 연성해석을 통해 동시에 실내소음과 평판의 진동 응답 예측을 위해서는 Fig. 3에서와 같이 구조 가진의 경우 접한 유체로의 파동전달해석도 수행되어야 한다. 본 연구에서는 기존 편축 유체 접수 경우 파동전달해석 (Bitsie, 1996)을 비상관관계(uncorrelated)인 양축 유체 접수 모델로 새롭게 확장하였다.

두께가 일정한 평판에서 음향으로 전달된 파워는 식 (17)로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Pi_{acoustic} &= \Pi_{trans,1} + \Pi_{trans,2} \\ &= \int_S (\eta_{rad,1} \omega e h) dS + \int_S (\eta_{rad,2} \omega e h) dS \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 $\eta_{rad,1}$ 과 $\eta_{rad,2}$ 는 각각 음향 공간1,2로의 방사손실계수(radiation loss factor)이고 e 는 평판의 굽힘 에너지밀도(flexural energy density)이다.

에너지중첩원리(principle of energy superposition)에 의해 평판에서 인텐시티는 산란 인텐시티(I_{scat})와 입사 인텐시티(I_{inc})의 합으로 표현된다.

$$\int_S (c_{gf} e) dS = \int_S (\vec{I}_{inc} \cdot \vec{n}) dS + \int_S (\vec{I}_{scat} \cdot \vec{n}) dS \quad (18)$$

$$\int_S (c_{gf} e) dS = (1 + \gamma_{ppff}) \int_S (\vec{I}_{inc} \cdot \vec{n}) dS \quad (19)$$

$$\int_S (\vec{I}_{inc} \cdot \vec{n}) dS = \frac{1}{(1 + \gamma_{ppff})} \int_S (c_{gf} e) dS \quad (20)$$

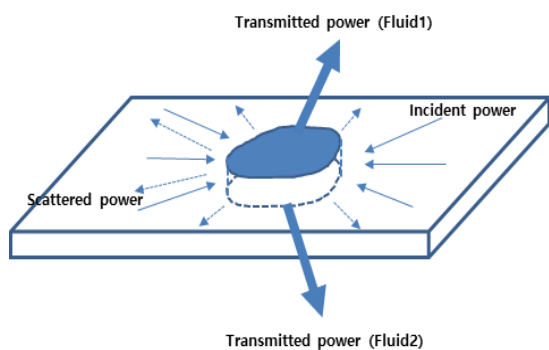


Fig. 3 Power transfer relationship from structure to acoustic

여기서 c_{gf} 는 평판 굽힘파의 에너지전달속도이며 평판에서 평판으로 파워반사계수(γ_{ppff})는 산란 인텐시티와 입사 인텐시티의 비로 표현할 수 있다.

식 (17)과 식 (20)을 이용하면 평판에서 음향공간1,2로의 파워투과계수와 평판으로 파워반사계수는 식 (21)~(23)과 같이 얻어진다.

$$\tau_{paf1} = \frac{2(\beta_{paf1} \sigma_{rad,1})}{1 + \beta_{paf1} \sigma_{rad,1} + \beta_{paf2} \sigma_{rad,2}} \quad (21)$$

$$\tau_{paf2} = \frac{2(\beta_{paf2} \sigma_{rad,2})}{1 + \beta_{paf1} \sigma_{rad,1} + \beta_{paf2} \sigma_{rad,2}} \quad (22)$$

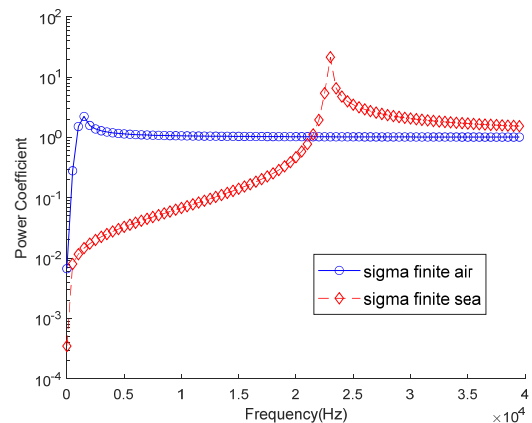
$$\gamma_{ppff} = \frac{1 - \beta_{paf1} \sigma_{rad,1} - \beta_{paf2} \sigma_{rad,2}}{1 + \beta_{paf1} \sigma_{rad,1} + \beta_{paf2} \sigma_{rad,2}} \quad (23)$$

여기서 $\sigma_{rad,1}$ 과 $\sigma_{rad,2}$ 는 각각 음향 공간1,2로의 방사효율(radiation efficiency)이며, 음향임피던스 비(acoustic impedance ratio, β)는 식 (24), (25)와 같다.

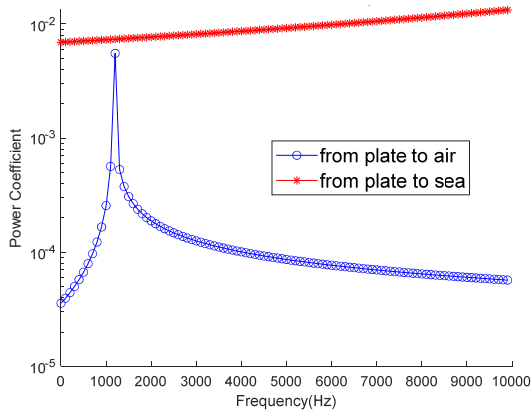
$$\beta_{paf1} = \rho_1 c_1 / \rho_s c_{gf} \quad (24)$$

$$\beta_{paf2} = \rho_2 c_2 / \rho_s c_{gf} \quad (25)$$

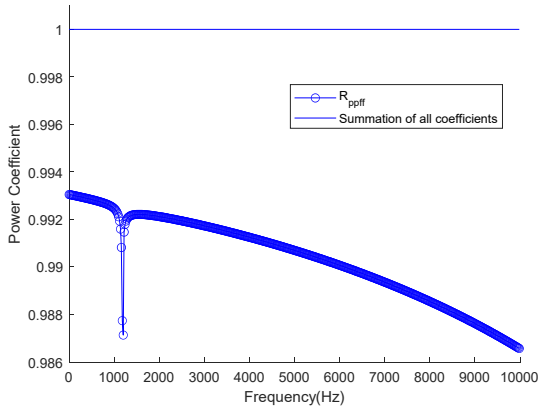
공기($c_{air}=343$ m/s, $\rho_{air}=1.205$ kg/m³)와 해수($c_{sea}=1500$ m/s, $\rho_{sea}=1024.7$ kg/m³)로 접한 철($E=2.1 \times 10^{11}$ Pa, $\rho=7800$ kg/m³, $\nu=-0.28$) 평판(1 m×1m×0.01m)모델에서 평판으로부터 굽힘파가 입사할 경우 파동전달해석이 수행되었다. 방사효율은 밀도가 높은 유체의 경우 부가질량효과가 반영되지 않지만 밀도 차이로 인한 효과를 고려할 수 있고 모든 주파수 대역에서 값을 수식으로 얻기 위해 Leppington의 식을 사용하였다 (Leppington, 1996). Fig. 4(a)는 유한 평판과 무한 평판에서 공기와 해수로의 방사효율을 보여주는데 해수의 임계주파수(23kHz)는 공기의 임계주파수(1.2kHz)보다 높기 때문에 해수의 임계주파수 아래에서는 공기의 방사효율이 높다. 식 (21), (22)를 통해 10kHz 이내에서는



(a) radiation efficiencies from plate to fluid
Fig. 4 Wave transmission analysis of fluid-plate-fluid area junction(plate excitation)



(b) power transmission coefficients from plate to fluid



(c) power reflection coefficients from plate to plate and summation of all power coefficients

Fig. 4 Continued

평판에서 입사된 파위는 공기 음장보다 해수 음장으로 더 많이 투과되는 것을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 4(c)에서 파워 보존에 의해 모든 주파수 영역에서 파워투과반사계수의 합이 1이 되는 것을 확인할 수 있다.

2.3 접수효과를 고려한 수정된 굽힘파 에너지전달속도

일반적으로 해수와 같은 밀도 높은 유체가 접수되면 방사가 잘 안되는 임계주파수 아래에서 부가질량효과로 인해 구조물의 진동특성이 진공 상태나 공기 중에서는 크게 달라진다. 하지만 기존 연구에서는 접수로 인한 구조물의 굽힘파의 파수 변화와 이에 따른 에너지전달속도(energy transfer velocity, m/s)의 변화를 고려하지 않았다 (Kim, 2007; Kwon, 2009; Kwon et al., 2012).

본 연구에서는 해수와 같은 고밀도 유체(heavy fluid)가 접수했을 경우에도 구조진동 에너지흐름해석의 신뢰성을 높이기 위해 임의의 유체가 양측접수 상태에서 평판의 굽힘파의 에너지전달속도를 유도하였다.

접수효과를 반영한 굽힘파의 에너지전달속도 유도를 위해 파동가진(wave excitation)을 받는 일차원 평판의 운동방정식과 2차원 음향방정식(helmholtz equation)은 다음과 같다.

$$D_s \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} + \rho_s h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = f e^{j(\omega t - \kappa y)} \quad (26)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k^2 p = 0 \quad (27)$$

여기서 u 는 평판의 수직변위(m), κ 는 가진파동의 파수(rad/m)이다. f 는 가진 파동의 크기이며 k 는 음파의 파수이다.

식 (27)의 임계주파수 아래에서 음압 파동해를 식 (3)의 오일러공식을 이용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p(0, y, t) = \frac{j\omega\rho_0 v}{(\kappa^2 - k^2)^{1/2}} e^{j(\omega t - \kappa y)} \quad (28)$$

여기서 v 는 음향입자속도의 크기(m/s), ρ_0 는 음향매질의 밀도이다.

식 (26)에 음장에 의한 유체하중 식 (28)를 적용하면 다음과 같다.

$$D_s \frac{\partial^4 \eta}{\partial y^4} + \rho_s h \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = f e^{j(\omega t - \kappa y)} + p_1(0, y, t) - p_2(0, y, t) \quad (29)$$

식 (29)에서 $f=0$ 과 편측 유체장을 양측 유체장으로 확대하고 두 유체장은 서로 독립적(uncorrelated)이라고 가정하면 식 (30)과 같은 분산관계(dispersion relation)를 얻을 수 있다.

$$(D_s \kappa^4 - \rho_s h \omega^2) - \frac{\omega^2 \rho_1}{(\kappa^2 - k_1^2)^{1/2}} - \frac{\omega^2 \rho_2}{(\kappa^2 - k_2^2)^{1/2}} = 0 \quad (30)$$

여기서 k_1, k_2 는 각각 유체음장 1, 2에서 음파의 파수를 의미하고 ρ_1, ρ_2 는 각 유체의 밀도를 나타낸다.

식 (30)을 만족하는 κ 를 얻으면 밀도가 높은 유체장에 접수된 평판의 보정 굽힘 파수(corrected flexural wavenumber, $\kappa_{p,c}$)를 얻을 수 있고 이를 이용해 굽힘파의 보정 에너지전달속도($c_{gf,c}$)를 유도하면 식 (31)과 같다.

$$c_{gf,c} = \frac{\partial \omega}{\partial \kappa_c} = \frac{\left[4D_s \kappa_c^3 + \frac{\omega^2 \rho_1 \kappa_c}{(\kappa_c^2 - k_1^2)^{3/2}} + \frac{\omega^2 \rho_2 \kappa_c}{(\kappa_c^2 - k_2^2)^{3/2}} \right]}{\left[2\rho_s h \omega + \frac{2\rho_1 \omega}{(\kappa_c^2 - k_1^2)^{1/2}} + \frac{\omega \rho_1 k_1^2}{(\kappa_c^2 - k_1^2)^{3/2}} + \frac{2\rho_2 \omega}{(\kappa_c^2 - k_2^2)^{1/2}} + \frac{\omega \rho_2 k_2^2}{(\kappa_c^2 - k_2^2)^{3/2}} \right]} \quad (31)$$

유도된 보정 굽힘파수와 보정 굽힘 에너지전달속도의 검증을 위한 수치해석을 양측에 해수가 접수되어 있을 경우와 해수와 공기가 각각 접수에 있는 0.01 m의 두께를 가진 steel 평판에 대해 수행하였다. 뉴턴-랩슨법(Newton-Raphson method)을 이용해 분산관계 식 (30)의 근을 구해 보정 굽힘 파수를 계산하고 식 (31)에 대입해 보정 에너지전달속도를 예측하였다. Fig. 5는 평판 양쪽 모두 해수가 접한 경우와 공기와 해수가 접한 경우에 대해 보정 굽힘 파수와 보정 에너지전달속도를 보여준다.

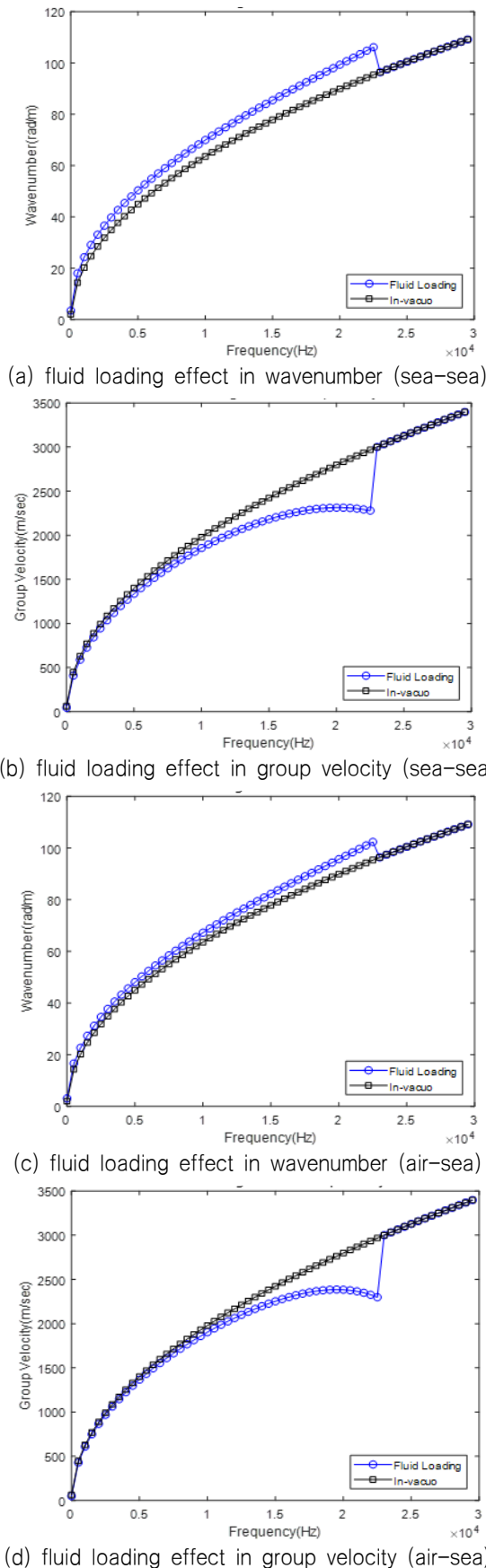


Fig. 5 Fluid loading effects in flexural wavenumber and group velocity of immersed plate.

일반적으로 접수로 인한 부가질량효과는 음향 방사가 잘 발생하지 않는 임계주파수 아래에서 극대화 되는데, 이에 따라 해당 모델의 해수의 임계주파수 23 kHz 아래에서는 질량 증가효과 극대화로 보정 굽힘 파수가 진공 상태의 굽힘 파수 대비 커지고 음향 방사가 잘 발생하는 임계주파수 위 주파수 대역에서는 부가질량효과가 미미해져 진공상태의 굽힘 파수와 거의 일치하게 된다. Fig. 5(a)와 5(c)에서 모두 밀도가 높은 해수 접수효과가 반영된 보정 굽힘 파수는 임계주파수보다 높은 주파수영역에서는 진공 상태의 굽힘 파수와 같은 값을 갖지만 임계주파수보다 낮은 주파수대역에서는 접수 효과가 커서 파수의 차이가 있음을 알 수 있다. Fig. 5(b)와 5(d)에서의 보정 에너지전달속도에서도 보정 굽힘 파수와 동일한 현상이 나타난다. 또한 공기의 접수효과는 임계주파수(1.2 kHz)가 상대적으로 해수보다 낮고 무거운 유체가 더 크기 때문에 공기-해수가 접한 평판보다 해수-해수가 접한 평판의 보정된 굽힘 파수와 에너지전달속도가 진공상태의 값과 차이가 큰 것을 확인할 수 있다. Gu and Fuller(1992)는 임계주파수 아래에서 부가질량효과와 감쇠 효과로 인해 해수에 접한 평판의 고유진동수와 응답이 진공 상태의 값보다 고유진동수는 낮아지고 응답도 작아지는 결과를 도출하였다. 이런 결과로 유추해 볼 때, 진공상태의 굽힘 파수($k=(\rho_s h \omega^2 / D_s)^{0.25}$)가 질량이 증가할수록 커지기 때문에 본 연구에서 얻어진 해수에 접한 보정 굽힘 파수가 진공 상태의 굽힘 파수보다 커지는 경향과 해수에 접한 보정 에너지전달속도가 진공 상태의 값보다 작아지는 경향과도 일치함을 알 수 있다.

2.4 3차원 음향 에너지흐름유한요소법 정식화

3차원 유체 공간의 점음원(acoustic point source)이 있을 경우 평면파에 대한 에너지지배방정식은 다음과 같다 (Cho, 1993).

$$\begin{aligned}
 & -\frac{c_{ga}^2}{\eta\omega} \nabla^2 \langle e_a \rangle + \eta\omega \langle e_a \rangle \\
 & = \Pi_{in,a} \delta(x-x_0) \delta(y-y_0) \delta(z-z_0)
 \end{aligned} \tag{32}$$

여기서, ∇^2 는 3차원 공간에 대한 라플라시안(Laplacian)이며, c_{ga} 는 음향 파동의 에너지전달속도(group speed, m/s), η 는 음향공간의 내부손실계수(internal loss factor), ω 는 가진 중심주파수(rad/s), $\langle e_a \rangle$ 는 음향에너지밀도(J/m^3), $\Pi_{in,a}$ 는 입력 음향파워, (x_0, y_0, z_0) 은 점음원의 위치를 의미한다.

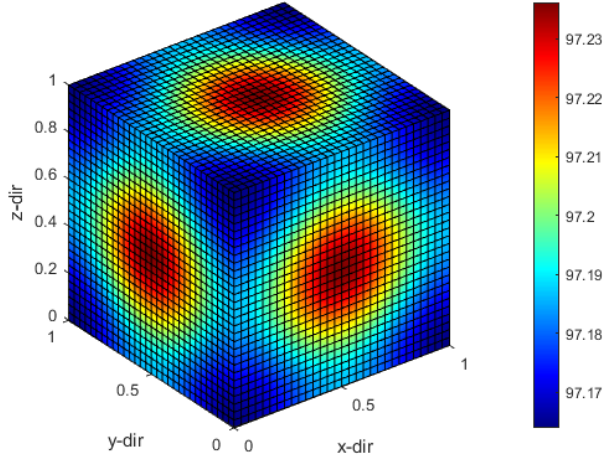
일반적으로 에너지흐름유한요소법의 유한요소정식화를 위해 식 (33)과 같은 변분식(variational formulation)을 얻고 Galerkin 근사화를 이용한다 (Park, 2019).

$$\begin{aligned}
 & \int_V \frac{c_{ga}^2}{\eta\omega} \nabla \psi \cdot \nabla \langle e_a \rangle dV + \int_V \eta\omega \psi \langle e_a \rangle dV \\
 & - \int_V \Pi_{in,a} \psi dV - \int_S \psi \left\{ \vec{n} \cdot \frac{c_{ga}^2}{\eta\omega} \nabla \langle e_a \rangle \right\} dS = 0
 \end{aligned} \tag{33}$$

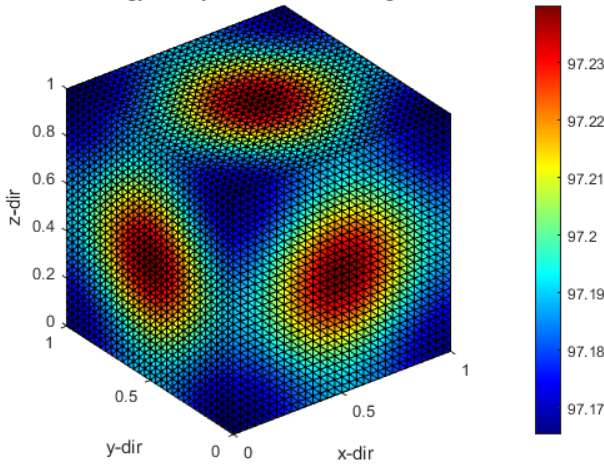
여기서 벡터 \vec{n} 은 영역 V 의 경계면 S 에 바깥쪽에서의 수직 단위 벡터를 나타내고, ψ 는 시험함수(trial function)로 Lagrange 형상

함수(shape function)를 사용하여 근사화한다.

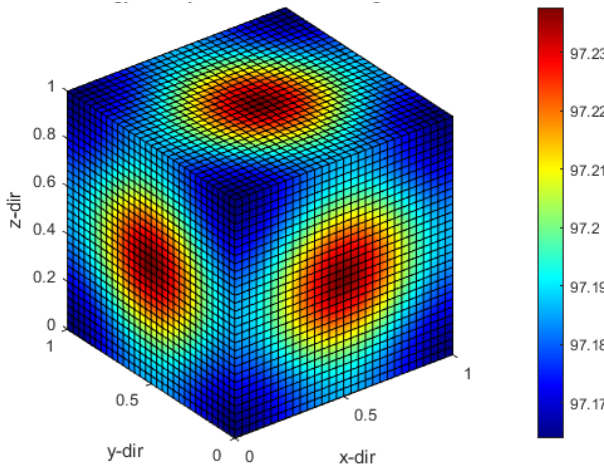
본 연구에서는 기존 연구에서 직육면체 형상의 음향공간만 유한요소해석 (Kim, 2007)을 할 수 있었던 한계를 극복하기 위



(a) EFFE solution using Hexahedron element



(b) EFFE solution using Tetrahedron element



(c) Fourier series solution

Fig. 6 Validation of energy flow finite element analysis using tetrahedron element (f=3000 Hz)

해 임의의 형상의 실내음장을 에너지흐름유한요소해석할 수 있도록, 사면체(tetrahedron)요소를 정식화하였다 (Yoon, 2020). Fig. 7의 3차원 육면체, 사면체 음향요소를 위한 마스터요소(master element)와 형상함수(shape function)는 각각 식 (34), (35)와 같다.

$$N(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8}(1 \pm \xi)(1 \pm \eta)(1 \pm \zeta) \quad (34)$$

$$L_1 = \frac{V_{P234}}{V_{total}}, L_2 = \frac{V_{P134}}{V_{total}}, L_3 = \frac{V_{P124}}{V_{total}}, L_4 = \frac{V_{P123}}{V_{total}} \quad (35)$$

여기서 N 과 L_i 는 각각 육면체요소와 사면체요소의 1차 형상함수를 나타내며, 사면체요소는 면적 좌표계(area coordinates)를 사용하고 V_{total} 과 V_{pijk} 는 각각 사면체 전체면적과 내부 점 P와 꼭지점 i,j,k로 이루어진 사면체의 면적을 의미한다.

3차원 에너지흐름유한요소 정식화를 검증하기 위해 길이 1 m의 정육면체 음향공간의 중심(x_0, y_0, z_0)=(0m,0m,0m)에 3000 Hz의 1 W의 음향 파워 음원(acoustic power source)를 입력하고 모든 외곽 면에서 음향 파워 0이라는 경계조건을 부여하였다. 유한요소해석결과를 검증하기 위한 엄밀해(exact solution)는 식 (32)의 푸리에급수해(Fourier series solution)로 얻어진다 (Yoon, 2020).

$$\langle e_a \rangle(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} E_{mnl} \cos\left(\frac{m\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{l\pi z}{L_z}\right) \quad (36)$$

여기서 계수 E_{mnl} 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$E_{mnl} = \frac{\left(\frac{\zeta_{mnl}}{L_x L_y L_z}\right) \pi_{im} \cos\left(\frac{m\pi x_0}{L_x}\right) \cos\left(\frac{n\pi y_0}{L_y}\right) \cos\left(\frac{l\pi z_0}{L_z}\right)}{\left(\frac{c_g^2}{\eta\omega}\right) \left\{ \left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{L_z}\right)^2 \right\} + \eta\omega}$$

$$\zeta_{mnl} = \begin{cases} 1 & (m = n = l = 0) \\ 2 & (m \neq 0, n = 0, l = 0) \text{ or } (m = 0, n \neq 0, l = 0) \text{ or } (m = 0, n = 0, l \neq 0) \\ 4 & (m = 0, n \neq 0, l \neq 0) \text{ or } (m \neq 0, n = 0, l \neq 0) \text{ or } (m \neq 0, n \neq 0, l = 0) \\ 8 & (m \neq 0, n \neq 0, l \neq 0) \end{cases} \quad (37)$$

Fig. 6에서 보여진 대로 육면체요소(27000개)와 사면체요소

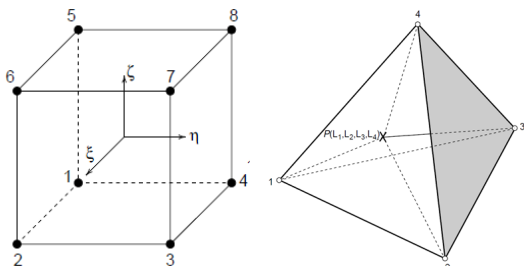


Fig. 7 Master elements for hexahedron and tetrahedron

(135000개)를 사용한 에너지흐름유한요소해석결과와 푸리에 급수해(60개 모드)와 에너지밀도 레벨과 공간 분포가 잘 일치한다.

2.5 유체/구조 연성을 고려한 에너지흐름유한요소 정식화

3차원 실내 음장과 2차원 평판구조물로 이뤄진 복합시스템의 유체/구조 연성을 고려한 에너지흐름유한요소해석을 위해 식 (33)을 확장하여 표현할 수 있다.

$$\int_{\Omega_e} \frac{c_g^2}{\eta\omega} \nabla\psi \cdot \nabla\langle e \rangle d\Omega_e + \int_{\Omega_e} \eta\omega\psi\langle e \rangle d\Omega_e - \int_{\Omega_e} \psi\Pi_{in} d\Omega_e - \int_{\Gamma_e} \psi \left\{ \vec{n} \cdot \frac{c_g^2}{\eta\omega} \nabla\langle e \rangle \right\} d\Gamma_e = 0 \quad (38)$$

여기서 $\langle e \rangle$ 는 에너지밀도, ψ 는 시험함수(trial function)이고 Ω_e 는 평판구조물에서는 진동응답의 2차원 영역, 음향공간에서는 소음 응답의 3차원 영역을 의미한다. 또한 Γ_e 는 평판구조물 사이의 1차원 선경계(line junction)와 음향요소와 구조요소 사이의 2차원 면경계(area junction)를 나타낸다.

식 (38)을 행렬 형태로 표현하면 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다 (Yoon, 2020).

$$\left(\begin{bmatrix} K_f \\ K_l \\ K_s \\ K_a \end{bmatrix} + [J]_{S-S} + [J]_{S-A} + [J]_{A-A} \right) \begin{Bmatrix} e_f \\ e_l \\ e_s \\ e_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Pi_f \\ \Pi_l \\ \Pi_s \\ \Pi_a \end{Bmatrix} \quad (39)$$

식 (39)에서 아래 첨자 f,l,s,a는 각각 평판의 굽힘파, 면내 종파, 면내 전단파, 음파를 의미하고 $[J]_{S-S}$ 는 평판의 선경계에서 연결요소행렬, $[J]_{S-A}$ 는 평판 요소와 음향 요소의 면경계에서 연결요소행렬, $[J]_{A-A}$ 는 음향 요소와 음향 요소 사이의 면경계에서 연결요소행렬을 의미하며, 각 행렬식은 식 (40)~(42)로 얻어진다.

$$K_{i,j}^e = \int_{\Omega_e} \left(\frac{c_g^2}{\eta\omega} \nabla N_i \nabla N_j + \eta\omega N_i N_j \right) d\Omega_e \quad (40)$$

$$J_{i,j}^e = ([J] - [P])([J] + [P])^{-1} [C] \int_{\Gamma_e} N_i N_j d\Gamma_e \quad (41)$$

$$\Pi_i = \int_{\Omega_e} N_i \Pi_{in} d\Omega_e \quad (42)$$

여기서 i 와 j 는 에너지 자유도(degree of freedom)를 의미하고 $K_{i,j}^e$ 은 요소의 강성행렬, $J_{i,j}^e$ 는 연결요소행렬(joint element matrix)이며 N 은 형상함수 행렬, $[J]$ 는 단위행렬, $[P]$ 는 파워투과반사계수 행렬, $[C]$ 는 에너지전달속도 행렬이다.

3. 구조/음향 완전연성을 고려한 에너지흐름유한요소해석

3.1 물수체의 에너지흐름유한요소해석

Fig. 8은 두 개의 방으로 이루어진 직육면체 형상의 해수에 잠긴 물수체를 보여준다. 2개의 음향공간(1 m*1 m*1 m)과 0.02 m의 두께를 가진 steel 평판(1 m*1 m) 11개로 구성된다. 평판의 이력감쇠계수(hysteresis damping)는 0.001이고 가진 굽힘 파워는 $(x_0, y_0, z_0) = (0.3 \text{ m}, 0.2 \text{ m}, 0 \text{ m})$ 에 10 W로 가정하였다.

Fig. 9는 공기 중에 놓여있는 상태의 진동 소음 에너지밀도를 보여준다. 복합평판구조물의 굽힘 진동에너지는 가진 평판에서 가장 큰 값을 갖고 경계에서 파동 변환에 따라 감소하는 경향을 잘 보여주며, 평판 면내 진동에너지의 경우 가진 평판과 직각으로 연결된 곳에서 가장 큰 레벨을 갖고 굽힘 진동에너지와 마찬가지로 거리에 따라 감소하는 경향을 잘 보여준다.

음향 에너지밀도의 경우는 고체음으로 인해 가진 평판이 있는 음향공간에서 레벨이 높고 중간 격벽으로 인한 투과손실(transmission loss)로 인접 음향공간의 음향 에너지밀도는 저하되는 것을 확인할 수 있다. Fig. 9(d)는 음향 인텐시티 레벨의 분포로서 고체음의 특성대로 외벽에서 중심쪽으로 음향파워가 전파되는 것을 보여준다.

Fig. 10은 해수에 잠긴 구조물의 진동 소음 에너지밀도의 결과이다. 평판이 해수에 잠기게 되면 Fig. 5에서의 결과와 같이 임계 주파수 이내에서는 접수효과로 인해 굽힘 파수가 커지게 되고 에너지전달속도는 작아지게 된다. 따라서 이는 공간적인 감쇠 요소($\eta\omega/c_g$)가 커지는 효과로 나타난다. 또한 방사효율의 효과보다 해수의 임피던스($\rho_0 c_0 = 1.53 \times 10^6 \text{ Rayls}$)가 공기에 비해 약 3700배 크기 때문에 방사손실계수($\rho_0 c_0 \sigma_{rad} / \omega \rho_p h_p$)도 공기에 비해 크다. 이는 Fig. 4(b)의 평판에서 유체로의 파워전달계수에서도 확인할 수 있다. 따라서 해수에 접한 평판은 공기 중의 평판에 비해 에너지감쇠가 크게 나타난다. Fig. 10(a)에서와 같이 진동파워는 가

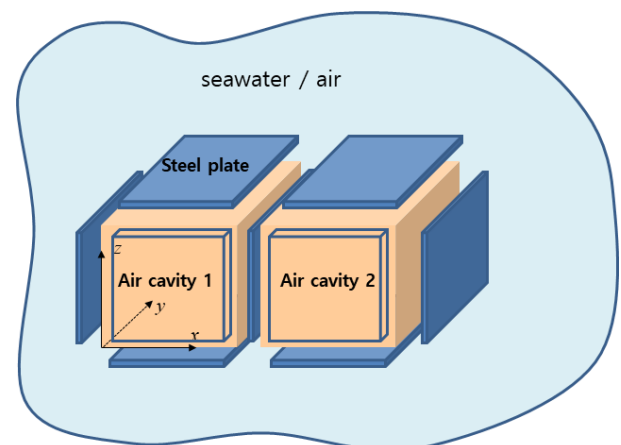
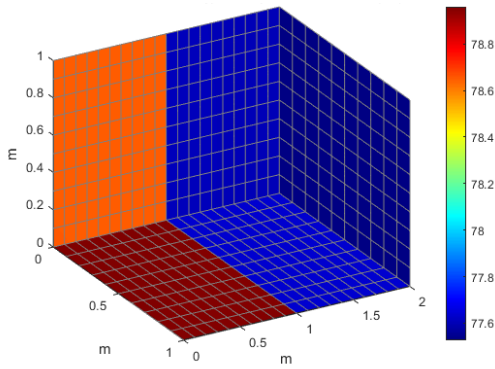
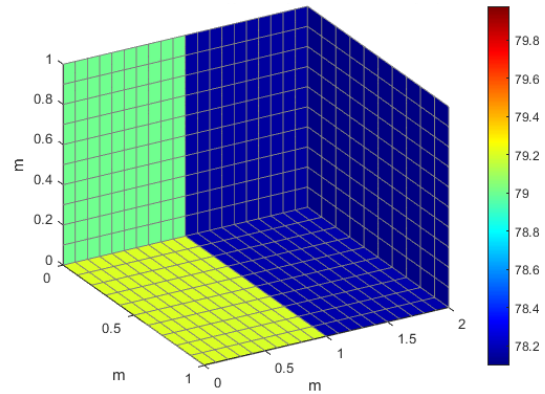


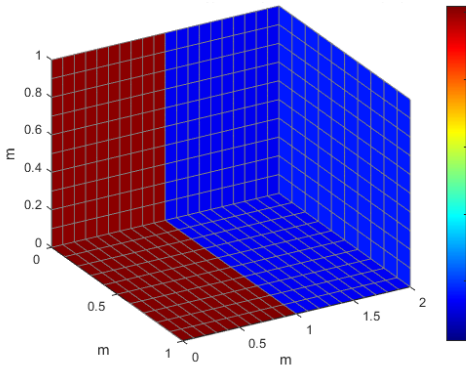
Fig. 8 Complicated plate structure fully immersed in sea-water or air



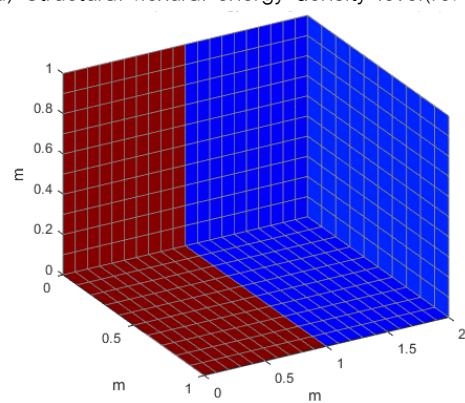
(a) Structural flexural energy density level(ref 10-12 J/m²)



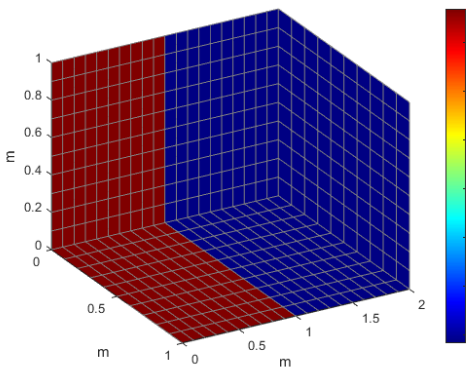
(a) Structural flexural energy density level(ref 10-12 J/m²)



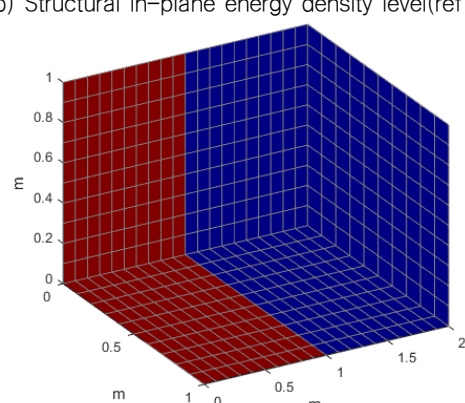
(b) Structural in-plane energy density level(ref 10-12 J/m²)



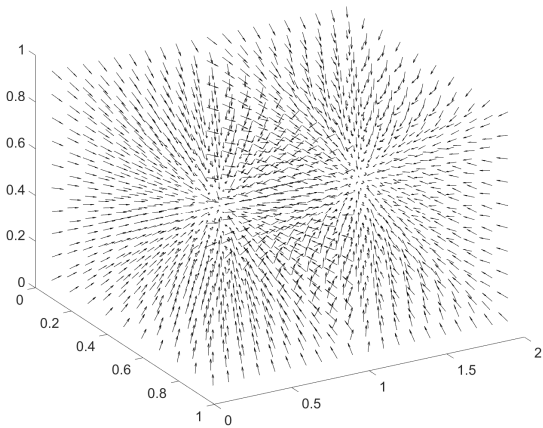
(b) Structural in-plane energy density level(ref 10-12 J/m²)



(c) Acoustic energy density level(ref 10-12 J/m³)

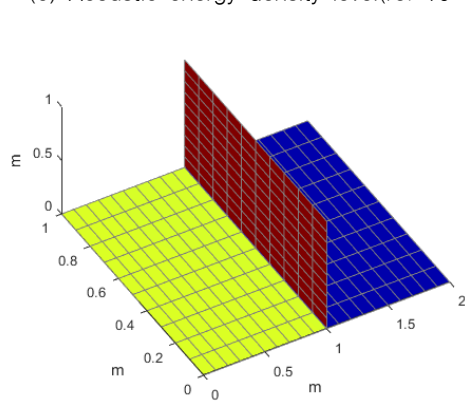


(c) Acoustic energy density level(ref 10-12 J/m³)



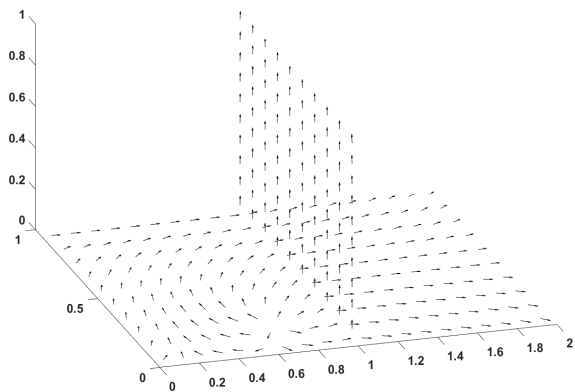
(d) Acoustic intensity level distribution

Fig. 9 Energy flow finite element analysis of complicated plate structure in air(2000Hz)



(d) Structural flexural energy density level distribution of bottom and partition panels (ref 10-12 J/m²)

Fig. 10 Energy flow finite element analysis of complicated plate structure immersed in seawater (2000 Hz)



(e) Flexural intensity level distribution of bottom and partition panels

Fig. 10 Continued

진점으로부터 공급되지만 굽힘 에너지밀도는 유일하게 해수와 접하지 않고 공기와 접한 중심 격벽에서 가장 높은 것을 확인할 수 있다.

Fig. 11은 평판과 음향공간의 크기는 Fig. 8에서의 모델과 동일하지만 전체 구조물의 외부가 모두 해수로 둘러싸여 있지 않고 측면 중심부 0.5m까지 높이까지만 해수에 잠겨있다고 가정한다.

Fig. 12(e)에서 굽힘 진동 인텐시티가 가진점에서 주변으로 퍼져나감에도 불구하고 Fig. 12(a)를 보면 해수에 절반 잠긴 구조물의 경우 해수에 접하지 않은 천장 판넬(ceiling panel)의 굽힘 에너지밀도가 가장 높은 것을 확인할 수 있다. 이는 앞에서 확인한 대로 해수 접수로 인한 판넬 내부감쇠(internal damping)가 높아졌기 때문이다.

Fig. 12(b)는 면내 진동 에너지밀도의 분포를 나타내는데 접수효과로 인해서는 면내 진동에너지 감쇠에는 영향을 미치지 않기 때문에 경계에서 발생하는 면내 진동에너지 특성으로 인해 굽힘 가진 평판에서 높은 면내 에너지밀도를 보인다.

Fig. 12(d)는 전면부 판넬($1\text{ m} \leq x \leq 2\text{ m}$, $y=0\text{ m}$, $0\text{ m} \leq z \leq 1\text{ m}$)의 굽힘 진동 에너지밀도의 상하 분포를 나타낸 그림이다. 굽힘 가진점이 바닥 평판임에도 불구하고 바닥으로부터 높이 0.5m까지 접수로 인해 감쇠가 커진 효과를 확인할 수 있다.

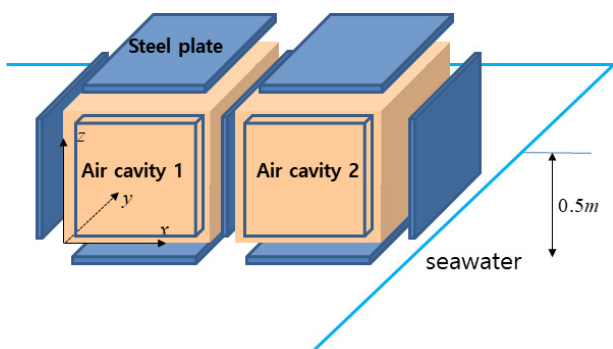
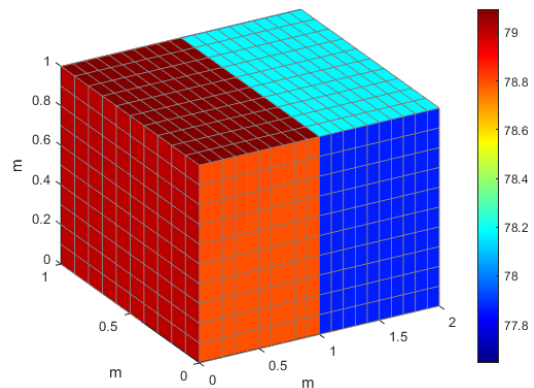
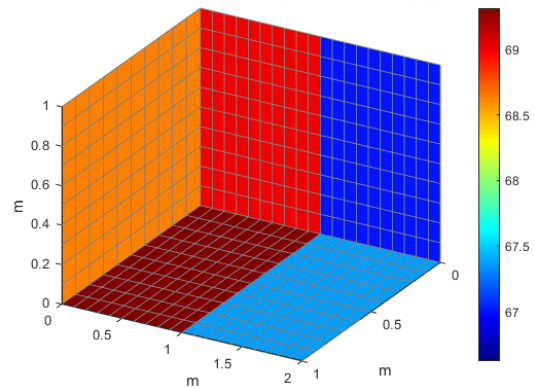


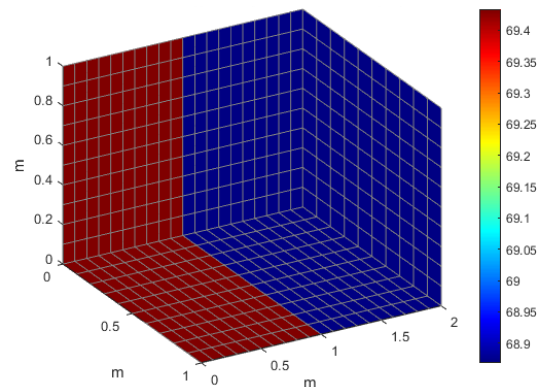
Fig. 11 Complicated plate structure partially immersed in seawater



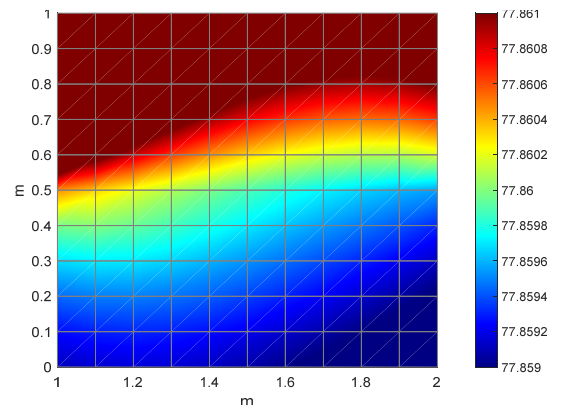
(a) Structural flexural energy density level(ref 10^{-12} J/m²)



(b) Structural in-plane energy density level(ref 10^{-12} J/m²)

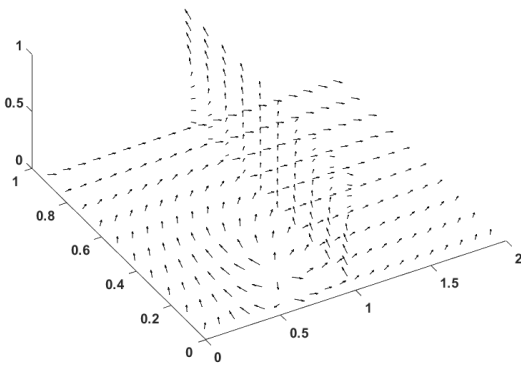


(c) Acoustic energy density level(ref 10^{-12} J/m³)



(d) Structural flexural energy density level(ref 10^{-12} J/m²) of local plate ($1\text{ m} \leq x \leq 2\text{ m}$, $y=0\text{ m}$, $0\text{ m} \leq z \leq 1\text{ m}$)

Fig. 12 Energy flow finite element analysis of complicated plate structure partially immersed in seawater (2000 Hz)



(e) Flexural intensity level distribution of bottom and partition panels
Fig. 12 Continued

4. 결론

고주파수 대역에서 국부적인 진동소음 제어가 가능한 진동소음 해석기법인 에너지흐름해석법은 진동소음 연성 해석을 위해 일반적으로 기존 연구에서는 평판의 굽힘 파동과 음향 파동 사이의 파워전달관계만을 고려하였다. 본 연구에는 선박이나 수중함과 같이 높은 밀도의 유체에 접수된 복합 평판구조물의 고주파수 대역 진동소음해석 신뢰성을 높이기 위해 향상된 유체-구조 연성 효과를 고려한 에너지흐름유한요소해석을 수행하였다. 해수와 같은 높은 밀도의 유체가 접수되는 경우에 부가질량효과로 인한 굽힘 파수나 굽힘 에너지전달속도와 같은 평판구조물의 진동 특성 (vibrational characteristics)이 변화하는 것을 고려하기 위해서 임의의 유체가 평판의 양면에 접수되는 경우 평판의 보정 굽힘 파수와 보정 굽힘 에너지전달속도를 새롭게 유도하였고, 유체로의 방사손실로 인한 평판 구조감쇠도 고려하였다. 여기에 복합 평판구조물의 구조음향 연성 에너지흐름해석을 위해 임의의 유체와 평판 사이의 면경계에 대한 파워전달관계를 유도하였고 임의의 형상의 구조물을 해석하기 위해 3차원 사면체 음향요소에 대한 에너지흐름유한요소 정식화를 수행하였다. 개발된 프로그램을 이용하여 해수에 접수한 구조물의 유체-구조 연성 에너지흐름유한요소해석을 수행한 결과, 해수가 접수한 부분의 내부감쇠 증가 효과로 인한 굽힘 진동 에너지밀도의 저감을 확인할 수 있었다.

후 기

이 논문은 2021~2022년도 창원대학교 자율연구과제 연구비 지원으로 수행된 연구결과임.

References

Belov, V.D., Rybak, S.A. and Tartakovskii, B.D., 1997. Propagation of vibration energy in absorbing structures. *Journal of Soviet Physics and Acoustics*, 23(2), pp.115-119.

Bitsie, F., 1996. *The structural-acoustic energy finite energy method and energy boundary element method*. Ph.D. Dissertation, Purdue University.

Cho, P.E., 1993. *Energy flow analysis of coupled structures*. Ph.D. Dissertation, Purdue University.

Gu, Y. and Fuller, C.R., 1992. Active control of sound radiation from a fluid-loaded rectangular uniform plate. *Journal of the Acoustical Society of America*, 93(1), pp.337-345.

Kim, S.-H., 2007. *Research on power flow finite element method for vibro-acoustic coupled analysis*. Master Thesis, Seoul National University.

Kwon, H.-W., 2009. *Development of vibro-acoustic full coupling analysis system by using power flow analysis method*. Ph.D. Dissertation, Seoul National University.

Kwon, H.-W., Song, J.-H. and Hong, S.-Y., 2012. Development of noise analysis program by using power flow analysis in medium-to-high frequency ranges. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 49(5), pp.384-390.

Langley, R.S. and Bremner, P., 1999. A hybrid method for the vibration analysis of complex structural-acoustic systems. *Journal of the Acoustical Society of America*, 105(3), pp.1657-1671.

Lee, H.-W., Park, D.-H. and Hong, S.-Y., 2003. Development of noise and vibration prediction software in medium-to-high frequency ranges using power flow boundary element method. *Journal of Passenger Car : Mechanical Systems Journal*, 112(6), pp.1641-1649.

Leppington, F.G., Broadbent, E.G. and Heron, K.H., 1982. The acoustic radiation efficiency of rectangular panels. *Proceedings of the Royal Society London*, A 382, pp. 245-271.

Lyon, R.H. and Dejong, R.G., 1995. *Theory and application of statistical energy analysis*. Butterworth-Heinemann.

Park, Y.-H., 2019. Energy flow finite element analysis of general Mindlin plate structures coupled at arbitrary angles. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 11(1), pp.435-447.

Yoon, T.-H., 2020. *Fully coupled vibroacoustic analysis of ship structures using energy flow finite element method*. Master Thesis, Changwon National University.

