



# 통합보존식 해석과 HCIB 법을 이용한 슬로싱 탱크 내부 갇힌 공기에 의한 압력 진동 모사

신상묵<sup>†</sup>  
부경대학교 조선해양시스템공학과

## Simulation of a Pulsating Air Pocket in a Sloshing Tank Using Unified Conservation Laws and HCIB Method

Sangmook Shin<sup>†</sup>  
Department of Naval Architecture and Marine Systems Engineering, Pukyong National University

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

The code developed using a pressure-based method for unified conservation laws of incompressible/compressible fluids is expanded to handle moving or deforming body boundaries using the hybrid Cartesian/immersed boundary method. An instantaneous pressure field is calculated from a pressure Poisson equation for the whole fluid domain, including the compressible gas region. The polytropic gas is assumed for the compressible fluid so that the energy equation is decoupled. Immersed boundary nodes are identified based on edges crossing body boundaries. The velocity vector is reconstructed at the immersed boundary node using an interpolation along the assigned local normal line. The developed code is validated by comparing the time histories of pressure and wave elevation for sloshing in a rectangular and a membrane-type tank. The validated code is applied to simulate air cushion effects in a rectangular tank under sway motion. Time variations of pressure fields are analyzed in detail as the air pocket pulsates. It is shown that the contraction and expansion of the air pocket dominate the pressure loads on the wall of the tank. The present results are in good agreement with other experimental and computational results for the amplitude and the decay of the pressure oscillations measured at the pressure gauges.

**Keywords** : Incompressible free surface flow(비압축성 자유표면 유동), Compressible entrapped air pocket(갇힌 압축성 기체), Hybrid Cartesian/Immersed Boundary method(HCIB 법), Pulsating pressure(압력 진동), Sloshing(슬로싱)

## 1. 서론

액체와 기체의 자유표면 유동에서 기체 내부의 압력은 흔히 고정된 값으로 간주된다. 이러한 가정은 기체 영역에서 충격파(shock wave) 등이 발생하는 특수한 경우를 제외하면 액체와 기체의 큰 밀도 차로 인해 기체 영역에서 공간상의 압력 기울기가 액체 영역에서의 압력 기울기에 비해 미미하다는 사실에 근거한다. 연결된 기체 영역 내부의 한 점에서 압력이 알려진 경우 자유표면에서의 압력을 내부 기체의 알려진 압력으로 간주하는 가정은 타당하다. 그러나 급격한 자유표면 유동에서 기체가 액체나 고체벽에 의해 고립되는 경우 갇힌 기체는 Mach 수와 무관하게 압축 팽창에 따른 압력의 빠른 시간 변화가 발생할

수 있다. 이러한 경우 갇힌 기체와의 매질 경계면에서의 압력은 기체의 압축성 효과에 의해 결정된다. 갇힌 기체의 압축 팽창은 주위 물의 압력을 빠르게 진동시켜 인접 고체 벽에 유체 충격력에 동반되는 급격히 진동하는 유체력을 발생시킨다. 이러한 자유표면 유동에서의 공기 완충 효과를 해석하기 위해서는 액체와 외부 기체의 거동이 완벽한 비압축성 유동에 가까워도 갇힌 기체의 압축성 효과에 대한 고려가 필수적이다.

많은 연구자들이 자유표면 유동에서 갇힌 기체에 의한 공기 완충 효과에 대한 연구 결과들을 보고해왔다. Abrahamsen and Faltinsen (2011, 2012)은 유체-구조 충돌에서 갇힌 기체의 압축 팽창이 구조물에 작용하는 힘에 미치는 효과에 대한 실험 결과를 보고하였다. Bredmose et al. (2015)는 유체 충격 문제에

서 공기의 압축성 효과에 대한 실험을 수행하고 그 결과를 압축성 모형과 이상유동(potential flow)을 결합하여 해석하였다. Daru et al. (2010)은 낮은 Mach 수에서의 액체-기체 압축성 유동을 도약 조건을 적용하여 해석하였다. Wang et al. (2017)은 압축성 다상 유동 해석에서 ghost fluid method를 도입하여 매질 경계면에서의 불연속 처리를 제안하였다. Tamellini et al. (2018)은 압축성 유체에 대한 등온 과정 가정을 적용해 액체-기체 자유표면 유동을 해석하였다.

압축성 유동 해석에서 흔히 사용되는 밀도 기반 기법의 경우 질량 보존식에서 추정된 밀도로부터 상태방정식(equation of state)을 이용하여 압력을 추정한다. 그러나 Mach 수가 낮아지면 밀도-압력 관계식의 경직성이 압력 추정에 어려움을 초래한다. 이에 따라 압축성 다상 유동 해석에서 압력 기반 기법을 적용하는 연구들이 진행되어 왔다 (Denner et al., 2018; Sun et al., 2019). 그러나 압축성 다상 유동 해석 코드를 액체-기체 자유표면 유동에 적용하는 경우 액체에 대해서도 상태방정식과 에너지 보존식을 적용해야 한다 (Shin, 2018).

Luo et al. (2016b)은 입자법에서 비압축성 및 압축성 유체에 대해 동일한 형태의 질량 및 운동량 보존식을 적용하고 기체에 대한 폴리트로픽(polytropic) 가정을 적용하여 에너지 보존식과 물에 대한 상태방정식을 사용하지 않고 공기 완충 효과를 해석하였다. Shin (2019, 2020)은 Eulerian 관점에서 비압축성 및 압축성 유체들의 통합보존식 해석을 위한 압력 기반 기법을 개발하였다. 개발된 코드는 갇힌 관 내부에서 공기의 압축 팽창에 따른 물의 운동 모사와 자유 낙하하는 물이 바닥과 충돌하는 과정에서 갇힌 공기의 압축 팽창에 따른 2차 압력 최대치 발생 모사 등에 적용되고 계산된 결과들에 대한 다른 보고된 결과들과의 비교를 통해 검증되었다.

Shin (2019, 2020)의 통합보존식 해석에서는 고정된 단순형상의 물체 경계조건만 적용되었다. 본 연구에서는 개발된 통합보존식 해석 코드에 복잡하고 움직이는 물체 경계조건 혹은 동적 탄성 변형하는 구조물에 대한 물체 경계조건 등을 쉽게 처리할 수 있는 경계 비정합(non-boundary conforming) 기법의 일종인 hybrid Cartesian/immersed boundary 법 (Shin et al., 2009)이 연성되어 확장되었다. 확장된 코드는 좌우동요하는 사각 탱크 내부와 멤브레인 형 탱크 내부 슬로싱 유동 해석에 적용되어 계산된 결과가 다른 보고된 결과들과 비교되었다. 개발된 코드는 좌우동요하는 사각 탱크 내부 슬로싱 유동에서 공기가 갇히면서 발생하는 공기 완충 효과 해석에 적용되어 압력 진동을 모사하고 그 계산 결과를 다른 실험 결과, 압축성 다상유동 해석 및 비압축성 자유표면 유동 해석 결과들과 비교하였다.

## 2. 수치해석 기법

본 연구에서 사용된 통합보존식에 대한 압력 기반 해석 기법은 Shin (2019, 2020)에 자세히 소개되어 있다. 지배방정식은

밀도 변화에 대한 가정을 적용하지 않은 Newtonian 유체에 대한 질량 및 운동량 보존식이다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + g_i \quad (2)$$

여기서,  $\rho$ 는 유체의 밀도,  $u$ 는 속도 벡터,  $p$ 는 압력,  $\mu$ 는 점성계수,  $g$ 는 중력가속도 벡터이다. 운동량 보존식의 경우 일반적인 압축성 유체의 조성관계식(constitutive relation)에 나타나는 2차 점성계수  $\lambda$ 는 영으로 간주되었다 (Luo et al., 2016b). 매 순간 매질 경계면을 포착하는 과정에서 각 상들의 질량 보존 및 매질 경계면에서의 비물리적 확산 억제에 위해 CLSVOF 기법이 적용되었다 (Sussman & Puckett, 2000; Kwakkela et al., 2013; Yokoi, 2013).

비압축성 유체의 밀도는 초기치  $\rho_o$ 로 고정되었으며, 압축성 유체의 경우 폴리트로픽 관계식이 적용되었다.

$$\rho = \rho_o, \text{ for incompressible fluid} \quad (3)$$

$$\rho = \rho_{ref} \left( \frac{p}{p_{ref}} \right)^{1/n}, \text{ for compressible fluid} \quad (4)$$

여기서  $\rho_{ref}$ 와  $p_{ref}$ 는 기준상태에서 기체의 밀도와 압력이며  $n$ 은 폴리트로픽 지수로서  $n = 1$  인 경우는 등온 과정에 해당하며,  $n = \gamma$  인 경우는 등엔트로피 과정에 해당한다. 여기서  $\gamma$ 는 기체의 비열비(ratio of specific heats)이다. 본 연구에서 사용하는 압력 기반 기법에서는 추정된 기체의 압력으로부터 기체의 밀도를 추정하기 때문에 낮은 Mach 수에서의 밀도-압력 관계식의 경직성이 수치해석 과정에 어려움을 초래하지 않는다 (Shin, 2020).

속도장 및 압력장 연성을 위해 fractional-step 기법 (Liu & Pletcher, 2007)이 적용되었다. 중간 단계에서의 속도 벡터  $u^*$ 는 운동량 보존식 (2)에서 압력 기울기 항을 제외하고 계산되며 다음 시간 단계에서의 속도 벡터  $u^{n+1}$ 은  $u^*$ 에  $n+1$  단계에서의 압력 기울기를 더해서 계산된다.

$$u_i^* = u_i^n + \quad (5)$$

$$\Delta t \left\{ -u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + g_i \right\}^n$$

$$u_i^{n+1} = u_i^* - \Delta t \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right)^{n+1} \quad (6)$$

$n+1$  단계에서의 압력장  $p^{n+1}$ 은  $u^{n+1}$ 이 질량 보존식 (1)을 만족시키도록 계산된다.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right)^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} + \frac{1}{\Delta t} \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right)^{n+1} \quad (7)$$

본 연구에서는 기체 영역에서 밀도 변화가 발생하기 때문에 압력 Poisson 방정식의 생성항에 나타나는 밀도의 전미분이 영이 아니다. 압력장 계산 과정에서 압력이 수정될 때마다 기체의 밀도-압력 관계식을 이용하여 기체의 밀도를 계산하여 Poisson 방정식의 생성항에 새로 반영하였다. 밀도의 시간 미분 항은 압력의 시간 미분과의 관계식을 이용하여 Poisson 행렬에 반영되었으며 이 과정에서 행렬의 대각 요소 절대치가 증가하여 기체의 압축성에 의해 압력 Poisson 방정식의 수렴성이 향상되었다 (Shin, 2020).

지배 방정식은 조밀도가 조절된 배후 Cartesian 엇갈림 (staggered) 격자계에서 이산화되었다. 요소 Courant 수의 최대치가 일정한 값이 되도록 시간 간격  $\Delta t$ 가 매 시간 단계마다 조절되었다. 대류항 계산을 위해 5차의 WENO 기법 (Wang et al., 2018; Zhu & Qiu, 2016)이 적용되었으며 점성항은 2차의 중앙차분식이 적용되었다. 매질 경계면에서의 비물리적 압력 진동을 억제하기 위해 밀도의 역수를 가중치로 하는 요소 평균 밀도 추정치가 적용되었다.

물체 경계 조건 처리를 위해 HCIB 법 (Gilmanov & Sotiropoulos, 2005)이 연성되었다. 가상경계법(immersed boundary method)과 반대로 HCIB 법에서는 계산 영역이 순간 유체 영역의 부분 집합이 되기 때문에 얇은 선단 등과 같은 형상에 따른 적용의 제약이 없다. Shin et al. (2007)은 물체 경계를 가로지르는 배후격자계 선분을 기준으로 하는 가상경계절점 정의 방법을 도입하여 이산화된 유동 해석 문제의 well-posedness가 보장되도록 제안하였다. 제안된 방법은 전진하면서 상하동요하는 유연 익형의 추진 효율 향상 모사 (Shin et al. 2009)와 수면 입수하는 구조물에 작용하는 유체 충격력에 의한 구조물의 동적 탄성 변형을 고려한 유탄성 해석 (Shin & Bae, 2013)에 적용되었다. 본 연구에서는 탱크의 강제 운동만 고려하고 있다. 그러나 HCIB 법이 갖는 경계 비정합 (non-boundary conforming) 기법 특성상 향후 슬로싱 탱크 구조물의 동적 탄성 변형에 대한 고려가 필요한 경우에도 HCIB 법은 용이하게 적용될 수 있다.

본 연구에서 적용된 HCIB 법을 이용한 물체 경계 조건 처리 방법은 Shin et al. (2007)에 자세히 소개되어 있다. Fig. 1은 물체 경계를 가로지르는 배후격자계 선분을 기준으로 가상경계절점을 분류하는 방법을 보여준다. 모든 배후격자계의 선분들 중 순간 물체 경계면과 접촉하는 선분들을 결정한다. 그 선분의 양쪽 절점들 중 순간 유체 영역 내부의 절점들은 가상경계절점으로 분류된다. 이러한 방법에서는 물체의 두께와 무관하게 물체 주위에 가상경계절점이 적절히 분포되며 가상경계절점들의 집합은 계산 영역의 닫힌 경계를 정의한다.

Fig. 2는 가상경계절점에서 종속 변수들을 재구성하는 과정을 보여준다. 모든 가상경계절점들마다 그 절점을 관통하여 물체

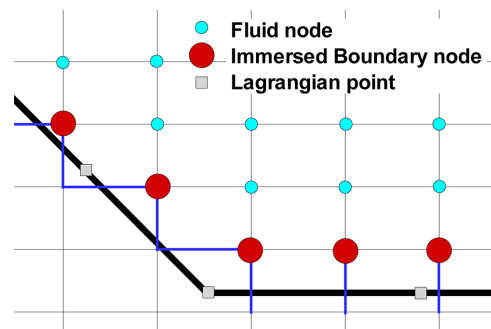


Fig. 1 Nodes classifications based on edges crossing the body boundary

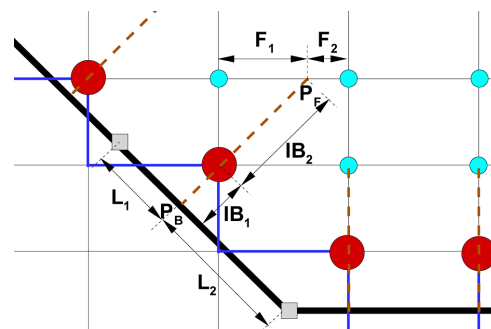


Fig. 2 Reconstruction of dependent variables using interpolation along a local normal line

표면과 수직으로 만나는 국부 법선들을 정의한다. 국부 법선이 물체 경계와 만나는 점  $P_B$ 에서의 속도는 인접한 물체 표면 위의 Lagrangian 절점들에서 주어진 속도 벡터와 점  $P_B$ 에서의 거리  $L_1, L_2$ 를 이용하여 보간한다. 국부법선은 유동 영역으로 연장되어 배후격자계와 만나는 점  $P_F$ 를 찾는다. 점  $P_F$ 에서의 속도는 양쪽 유체 절점에서 갱신되고 있는 속도 벡터들과 점  $P_F$ 로부터의 거리  $F_1, F_2$ 를 이용하여 보간한다. 국부 법선의 양쪽 점  $P_F, P_B$ 에서 속도 벡터들이 결정되면 국부 법선을 따른 속도 분포에 대한 가정과 가상경계절점으로부터 점  $P_F, P_B$  까지의 거리  $IB_1, IB_2$ 를 이용하여 가상경계절점에서의 속도 벡터를 추정한다. 본 연구에서는 가상경계절점 주위에서 국부 법선을 따른 속도의 선형적 변화를 가정하였다. 가상경계절점에서 추정된 속도 벡터들은 이산화된 유동 해석 문제의 경계 조건으로 사용된다.

### 3. 좌우동요하는 사각 탱크 내부 슬로싱 모사

통합보존식 해석과 HCIB 법을 연성하여 개발된 코드의 검증 을 위하여 Ma et al. (2016)의 계산 결과와 Koh et al. (2011)의 실험 결과들이 보고된 슬로싱 유동을 해석하고 본 계산 결과를 다른 결과들과 비교하였다. Ma et al. (2016)은 압축성 다상 유동 해석 코드를 사용하기 때문에 물에 대해서도 에너지 보존 식과 상태방정식을 적용한다. Koh et al. (2011)은 입자법을 이용한 계산 결과를 실험 결과와 비교하였다.

Fig. 3은 이 문제에 대한 개략도이다. 탱크의 폭과 높이는 각각 0.6 m이며 수심 0.3 m의 물이 채워져 있다. 좌표계의 원점은 탱크 바닥의 중앙에 위치한다. 탱크는 진폭 0.005 m, 각진동수 6.85 rad/s의 좌우동요를 한다. 탱크 내부 공기의 압력은  $10^5$  Pa이며 탱크 우측 벽면의 바닥으로부터 높이 0.02 m인 점에서 압력이 측정되었다. 좌측 벽면으로부터 0.02 m 떨어진 위치에서 자유표면 높이의 시간 변화가 보고되었다.

물의 밀도는  $1000 \text{ kg/m}^3$ 으로 고정되었으며 공기의 경우 기준 압력에서의 밀도는  $1.2 \text{ kg/m}^3$ 으로 주어졌으며 비열비 1.4의 등엔트로피 과정이 가정되었다. 동점성 계수는 물과 공기에서 각각  $1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 과  $1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 로 주어졌다. 중력가속도는

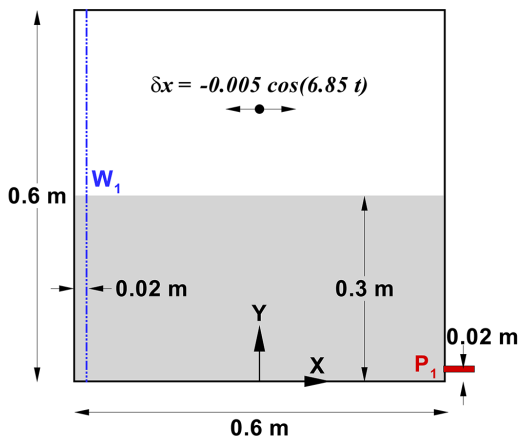


Fig. 3 Schematic of sloshing in a rectangular tank under sway motion

$9.81 \text{ m/s}^2$ 이다. 탱크 내부에  $200 \times 200$ 개의 요소가 배치되었으며 국부 Courant 수의 최대치가 0.5가 되도록 시간간격  $\Delta t$ 가 조절되었다.

Fig. 4는  $t = 6.1, 6.3, 6.5, 6.7$  s에서의 압력장을 보여주며 바닥 근처에서 측정된 압력의 시간 변화 과정에서 압력장을 나타낸 시각들도 표시되었다. 계산된 압력 분포는 움직이는 벽면 근처를 포함하여 부드러운 변화를 보인다. 탱크 바닥 근처의 압력 측정점에서의 압력은 자유표면이 가장 높아지기 전인  $t = 6.1$  s 부근에서 최대치가 되며 이후 자유표면이 계속 상승하는 동안 오히려 감소하여  $t = 6.3$  s 부근에서 국부적인 최소값이 발생한다. 이후 자유표면이 하강 중인  $t = 6.5$  s에서 탱크 바닥에서의 압력은 다시 상승하여 압력의 두 번째 국부 최대치가 발생한다. 이후 압력은 계속 감소하며 물이 반대쪽 벽면으로 이동한 시점인  $t = 6.7$  s 부근에서 압력의 최소값이 발생한다.

Fig. 5와 Fig. 6에서는 시간에 따른 자유표면 높이와 압력 측정점에서의 압력 변화들이 비교되었다. Koh et al. (2011)의 실험 결과는 기호로, Ma et al. (2016)의 계산 결과는 이점쇄선으로, 본 계산 결과는 실선으로 표시되었다. 이 문제에서 좌우동요 각진동수는 사각 탱크의 폭  $L$ 과 수심  $h$ 로부터 계산된 식 (8)의 고유 각진동수  $\omega_n$ 과 유사하며 좌우동요가 반복되면서 탱크 내부 파고가 점점 커진다.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\pi g}{L} \tanh\left(\frac{\pi h}{L}\right)} \quad (8)$$

자유표면 높이의 경우 초기 0.3 m로부터 완만한 하강과 빠른

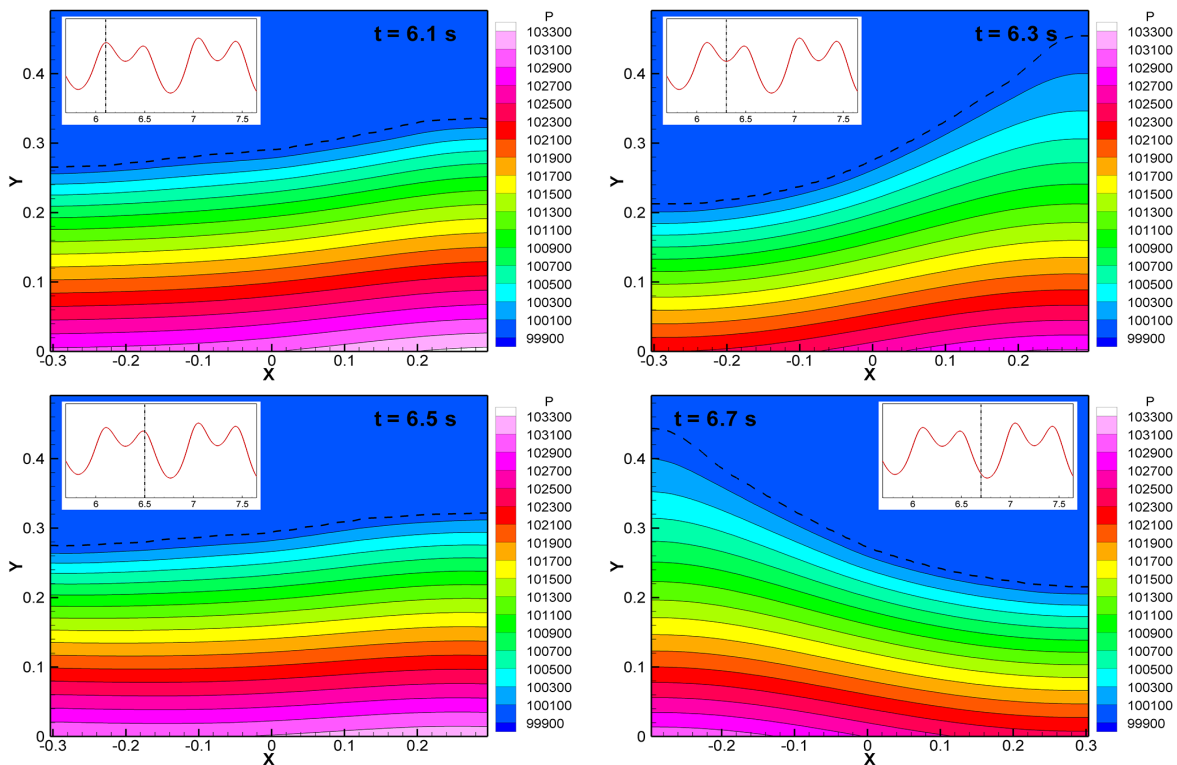


Fig. 4 Snapshots of the pressure fields at  $t = 6.1, 6.3, 6.5,$  and  $6.7$  s

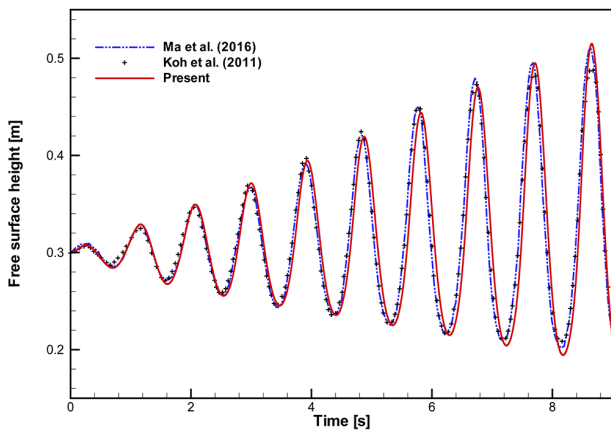


Fig. 5 Comparison of time histories of free surface elevation

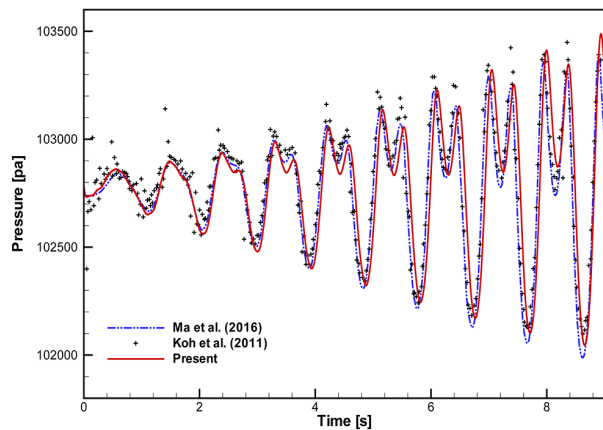


Fig. 6 Comparison of time histories of pressure at the measuring point

상승이 점진적으로 증가해나감에 세 경우 모두 유사한 결과를 보인다. 측정점에서의 압력의 시간 변화의 경우 탱크의 왕복이 진행됨에 따라 앞서 설명한 한 주기 안에 두 개의 국부 최대값이 점점 뚜렷해진다. 실험의 경우 초기부터 다소 소란이 발생하지만 두 계산은 초기에 매우 유사한 결과를 보이며 이후 계산이 진행되면서 결과들의 차이가 조금씩 증가한다.

#### 4. 좌우동요하는 멤브레인(membrane)형 탱크 내부 슬로싱 모사

개발된 코드의 슬로싱에 대한 추가 검증 예로써 Luo et al. (2016a)에 의한 실험 결과가 보고된 좌우동요하는 멤브레인형 탱크 내부 슬로싱을 해석하고 계산된 결과를 비교하였다. Fig. 7은 이 문제에 대한 개략도이다. 탱크의 폭과 높이는 0.563 m, 0.393 m이다. 탱크 상하부에는 45°의 경사면이 있으며 경사면 폭은 각각 0.13 m 및 0.081 m이다. 탱크 내부에 채워진 물의 깊이는 0.195 m이다. 바닥으로부터 0.1 m 높이의 탱크 벽면에서 압력의 시간 변화가 보고되었다. 좌우동요의 진폭은 0.005 m이고 각진동수는 6.618 rad/s이다. 중력가속도와 물과 공기의

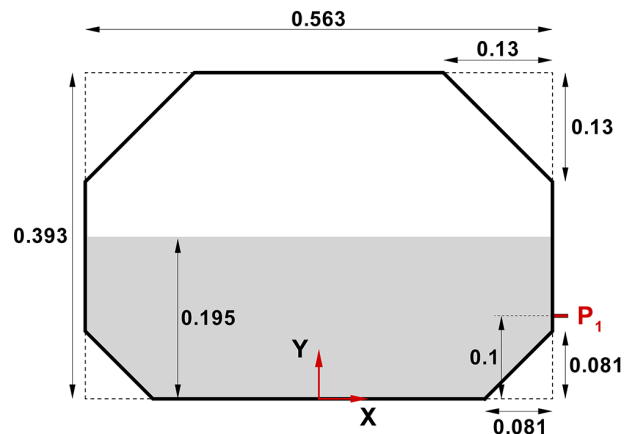


Fig. 7 Schematic of sloshing in a membrane type tank under sway motion

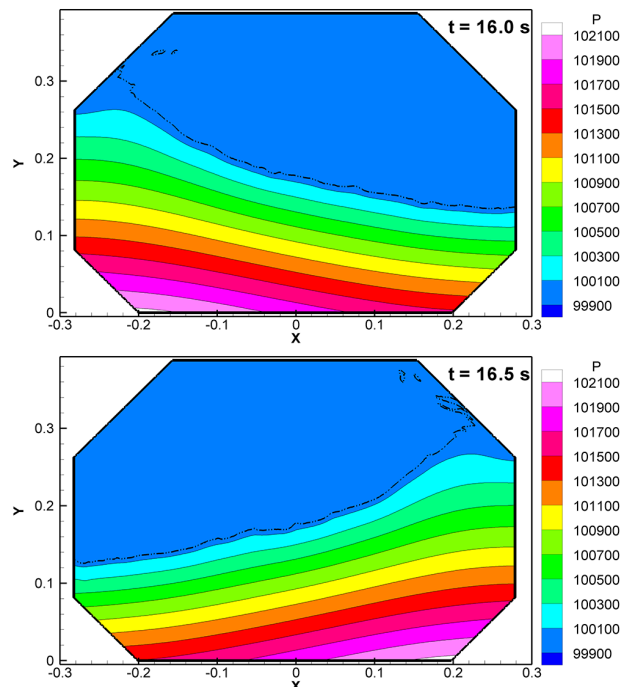


Fig. 8 Snapshots of free surfaces and pressure fields at  $t = 16.0$ , and  $16.5$  s

밀도, 점성계수 및 비열비 등의 물성치는 전 절과 동일하며 배후격자계 간격은 탱크의 폭 방향으로 200개의 요소가 포함되도록 하였다.

Fig. 8은  $t = 16.0$ ,  $16.5$  s에서의 자유표면 및 압력 분포를 보여준다.  $T = 16.5$  s에서 오른쪽 위의 경사면에 부딪힌 후 튕겨 나간 물방울들이 포착되었다. 물의 밀도에 비해 공기의 밀도가 대단히 낮아서 압력 변화는 물의 영역에서만 두드러지며 부드러운 변화를 보인다. Fig. 9에서는 압력 측정점에서 계산된 압력의 시간 변화가 Luo et al. (2016a)에 보고된 실험 결과와 비교되었다. Luo et al. (2016a)의 실험 결과는 기호로 나타내었으며 본 계산 결과는 실선으로 표시되었다. 한 주기 안에 발생하는 두 개의 압력 국부 최대값들의 크기와 압력 최소값 등이 좋은 일치율을 보인다.

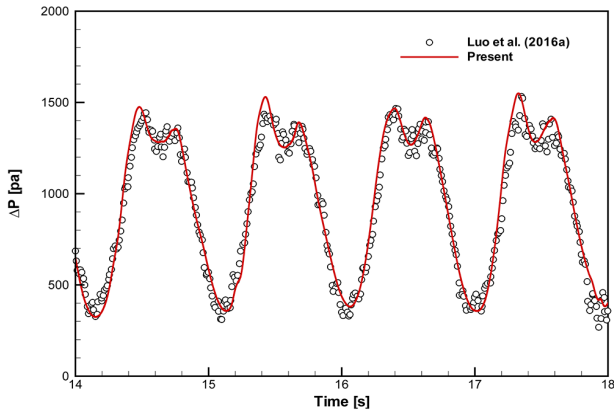


Fig. 9 Comparison of time histories of pressure at Y = 0.1 m

## 5. 좌우동요하는 사각 탱크 내부 슬로싱에서의 공기 완충 효과 모사

개발된 코드를 이용하여 좌우동요하는 사각 탱크 내부 슬로싱 유동에서 갇힌 공기의 압축 팽창에 따른 압력 변화를 해석하였다. Fig. 10은 이 문제에 대한 개략도이다. 이 문제에 대해 Lugni et al. (2010a, b)의 실험 결과와 Sun et al. (2019) 및 Ma et al. (2016)의 압축성 다상 유동 해석 결과들이 보고되어 있다. 탱크의 폭과 깊이는 각각 1 m이고 좌표계의 원점은 탱크 바닥 중앙에 위치한다. 깊이 0.125 m의 물이 채워져 있으며 탱크 내부 공기의 압력은  $0.75 \times 10^5$  Pa이다. 탱크의 좌측 벽면에 바닥으로부터 0.13 m에서 0.21 m 사이에 0.02 m 간격으로 5개의 점에서 압력의 시간 변화들이 계측되었다. 탱크는  $x = A \sin(2\pi t/T)$ 의 단순 조화운동을 하며 좌우동요의 진폭 A는 0.03 m이고 진동 주기 T는 1.6 s이다.

중력가속도와 물과 공기의 밀도, 점성계수, 비열비 등의 물성치는 전 절과 동일하며 배후격자계는 탱크 내부에  $400 \times 400$ 개의 요소를 포함한다. 시간간격  $\Delta t$ 는 최대 국부 Courant 수가 0.5가 되도록 조절되었다. 이러한 시간간격  $\Delta t$ 의 조절은 본 절과 같이 공기의 빠른 압축 팽창이 발생하는 동안 필요한 작은 시간간격에 대한 요구를 충족시키기에 유리하다.

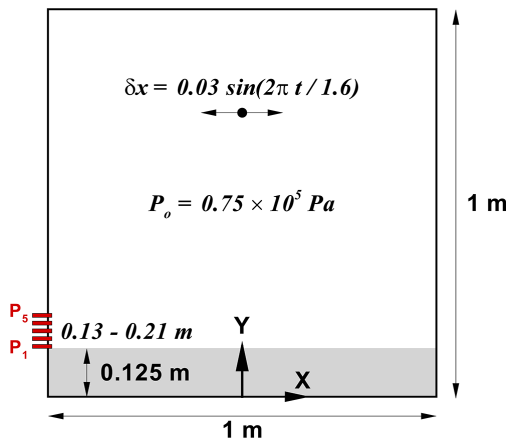


Fig. 10 Schematic of a depressurized sloshing tank under sway motion

Fig. 11은 Y = 0.13 ~ 0.21 m 사이의 5 개의 압력 계측점에서 계산된 압력의 시간 변화들을 보여준다. 탱크의 왕복이 반복 됨에 따라 압력 변화들이 점점 커져간다. T = 6.3 s 부근에서 압력의 급격한 진동이 발생하며 이러한 진동은 뒤에서 자세히 설명되듯이 공기가 물과 탱크 벽 사이에 갇히면서 압축 팽창하기 때문이다. 갇힌 공기의 압축 팽창이 진행되는 시점 주위를 확대한 아래 그림에서 보듯이 압력 진동은 5개의 계측점에서 진폭은 다르지만 거의 유사한 주기 및 위상의 진동임을 관찰할 수 있다. 공기의 압축 팽창에 의한 압력 진동은 물의 일반적인 유동에 의한 압력 변화량에 비해 대단히 큰 진폭임을 관찰할 수 있다. 계산된 결과의 격자 의존도를 검토하기 위해 세 가지 다른 크기의 격자를 사용하여 계산된 압력의 시간변화를 Fig. 12에서 비교하였다.

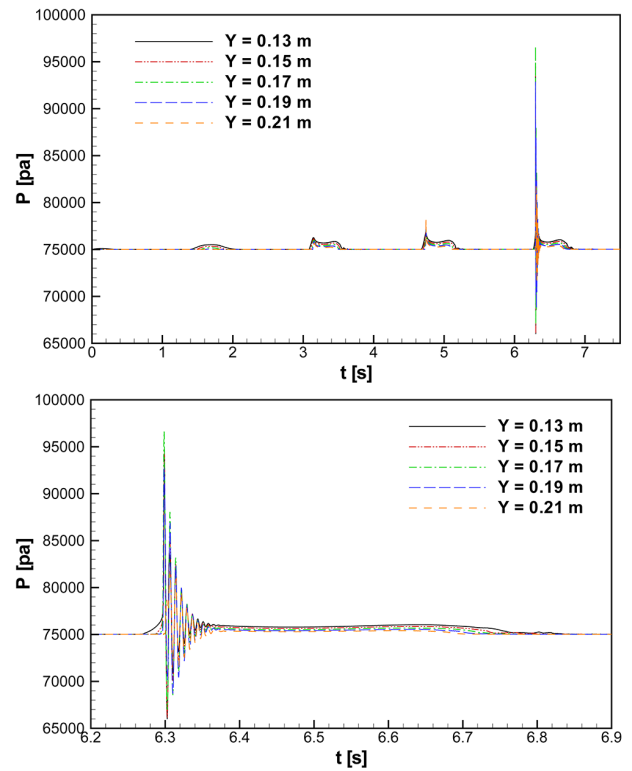


Fig. 11 Time histories of the pressure calculated at Y = 0.13, 0.15, 0.17, 0.19, and 0.21 m

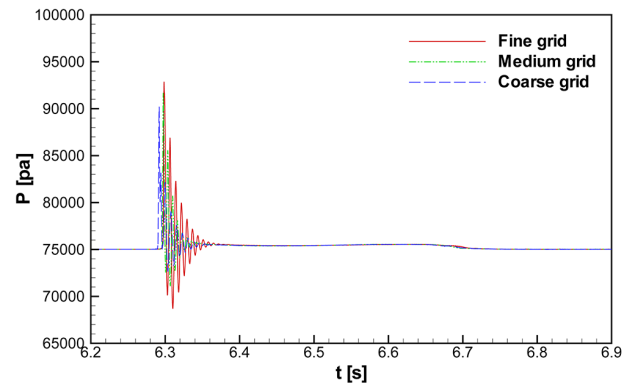


Fig. 12 Grid independency test for computed time history of pressure at Y = 0.19 m

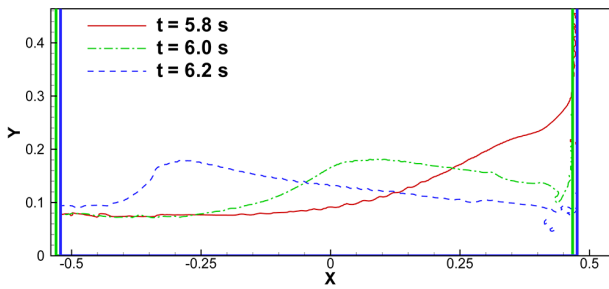


Fig. 13 Instantaneous free surfaces at  $t = 5.8, 6.0,$  and  $6.2$  s

세 가지 격자는 탱크의 길이 방향으로 각각 400, 360 및 320 개의 배후격자계 요소를 포함한다. 거친 격자계의 경우 공기가 갇히는 순간 자유표면에 작은 차이가 있으나 압력 진동이 발생하지 않는 시간 동안은 다른 격자계에서의 결과들과 거의 유사한 압력 변화가 얻어진다. 그러나 압력 진동이 발생하는 동안에는 조밀한 격자

나 중간 격자와 달리 진폭 및 진동 감쇠 등에서 다소 차이가 발생한다. 공기 내부 종속 변수의 공간상 구배가 미미하기 때문에 갇힌 공기 내부에 포함되는 요소 수보다는 갇히는 공기의 형상, 즉 자유 표면 예측이 압력 진동에 중요한 영향을 미치는 것으로 사료된다.

공기가 물과 벽면에 갇히는 시점인  $t = 6.3$  s 부근의 유동장이 자세히 관찰되었다. Fig. 13은 공기가 가두어지기 전까지 자유표면의 시간 변화를 보여준다.  $T = 6.0$  s는 탱크가 가장 좌측으로 이동한 시점이며 좌우동요의 가속도가 최대가 되는 시점이다. 탱크 내부 물은 이후에도 계속 좌측으로 밀려가며 파고 근처의 물의 속도가 파의 위상 속도보다 크기 때문에  $t = 6.2$  s에서 파정이 좌측 벽면 쪽으로 돌출되기 시작한다. 이러한 파정의 돌출은 벽과 충돌하면서 파정 아래의 공기를 탱크 벽면과 물 사이에 가두게 된다.

Fig. 14는 공기가 갇히기 직전인 6.295 s부터 갇힌 공기가 1 회의 압축 팽창 이후 다시 압축되는 시점인 6.306 s 사이를 1 ms 간격으로 압력장 및 자유표면을 보여준다. 좌측으로 진행하

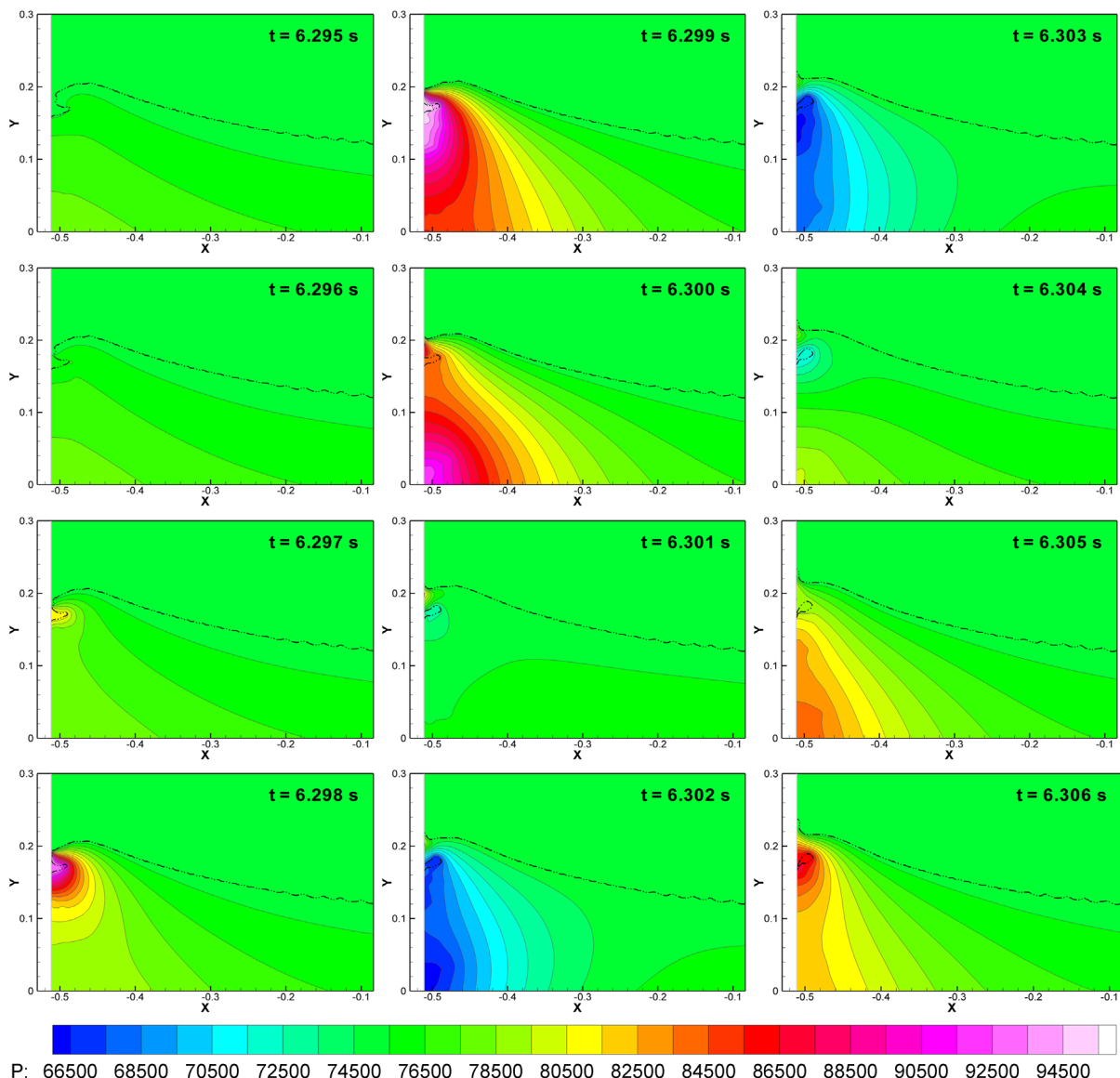
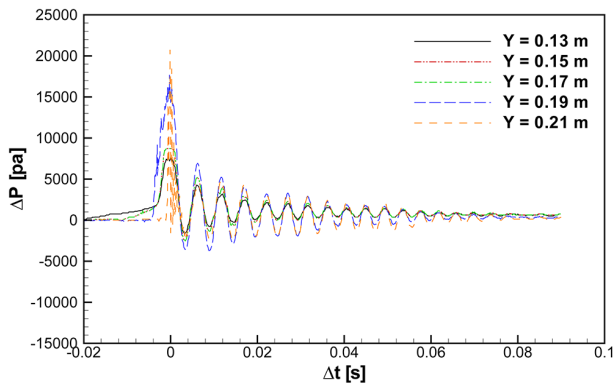


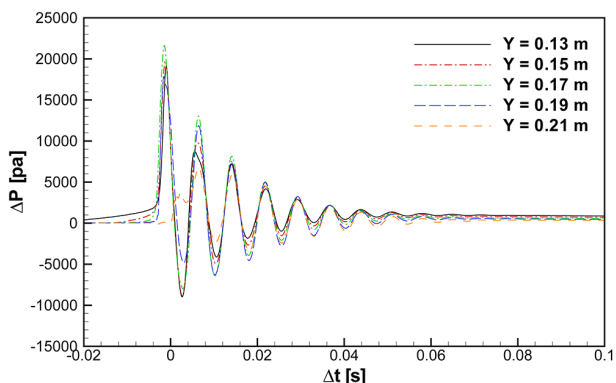
Fig. 14 Time variation of the pressure fields around a pulsating entrapped air in a sloshing tank

는 파정의 돌출된 물은  $t = 6.297$  s에 좌측 벽면에 닿기 시작하며 물 아래에 탱크 벽면 사이에 갇힌 공기의 압력이 높아지기 시작한다. 이후  $t = 6.299$  s까지 공기 내부의 압력은 급격히 상승하여 압력 변화량  $\Delta p$ 가  $0.2 \times 10^5$  Pa 정도까지 증가한다. 이 과정 동안 갇힌 공기 내부 압력은 시간에 따라서는 급격한 변화가 발생하지만 갇힌 공기 내부 압력의 공간상 변화는 거의 무시할 만하다. 갇힌 공기 내부의 시간에 따른 급격한 압력 변화는 물과의 매질 경계면에 그대로 반영된다. 물의 큰 밀도 때문에 물의 영역에서는 가파르고 시간에 따라 급변하는 압력 기울기가 형성된다. 물에서의 큰 압력 기울기를 거쳐 외부 공기와의 자유표면에서의 압력은 계속 초기 기준 압력인  $0.75 \times 10^5$  Pa이 유지된다. 이 시간 동안 벽에 충돌한 물은 벽면을 따라 상하로 흘러가며 물과 벽면의 접촉면이 넓어진다.

갇힌 공기 내부 압력은  $t = 6.299$  s 이후 감소하기 시작하여  $t = 6.301$  s 경에 갇힌 공기의 압력 변화량이 음이 된다. 갇힌 공기 내부 압력은 계속 감소하여  $t = 6.303$  s에는 압력 변화량  $\Delta p$ 가  $-0.1 \times 10^5$  Pa 정도로 압력이 낮아진다. 이러한 과정 동안 물의 영역에서도 압력이 기준 압력보다 크게 낮아져 있다. 이러한 사실은 탱크의 변위가 좌측으로 최대치에 이른 후 반대 방향으로 움직이는 과정 동안 따라오던 물과 충돌하며 벽면을 좌측으로 미는 유체 하중이 주로 발생하지만 갇힌 공기의 압축 팽창이 발생하면 공기가 팽창하는 시점에서는 벽면에 기준 공기



(a) Lugni et al.



(b) Present

Fig. 15 Time histories of the pressure at the measuring points during the pulsation of the entrapped air

압력이 작용할 때보다도 작은 힘이 작용함을 의미하며 이는 Ma et al. (2016)이 보고한 결과와 일치한다.  $T = 6.303$  s 이후 갇힌 공기 내부 압력은 다시 증가하기 시작한다.  $T = 6.305$  s에서 갇힌 공기 내부 압력은 다시 기준 공기 압력보다 높아지며  $t = 6.306$  s 경에 두 번째 압력 정점이 발생한다.

Fig. 15는 갇힌 공기가 압축 팽창하는 과정 동안 5개의 압력 계측점에서의 압력 변화를 보여준다. 그림에서 시간 축은 순간 최대 압력이 발생하는 순간을 영으로 하였다. 갇힌 공기의 주위 물에서는 압력 기울기가 크기 때문에 압력 계측점의 위치에 따라 압력의 상당한 차이가 발생한다. Fig. 16은  $Y = 0.19$  m에서 계산된 압력의 시간 변화를 비교하였다. 본 계산 결과는 실선으로, Lugni et al. (2010a)의 실험 결과는 이점쇄선으로, 그리고 Ma et al. (2016)의 압축성 다상 유동 해석 결과는 점선으로 표시하였다. 압력 진동 주기의 경우 본 계산 결과가 약간 길다. 공기의 압축 팽창 주기에는 추정된 갇힌 공기의 부피가 큰 영향을 줄 것으로 사료된다. 그 이유는 질량-스프링 유사에서 강성에는 일정한 압력 변화에 따른 공기의 부피 변화량이 중요하며 밀도 변화가 압력에 의존하기 때문이다. 첫 번째 압력 진동 진폭의 경우 세 결과들이 유사한 결과를 보인다. 이후 감쇠 속도는 세 가지 결과에 다소 차이가 있으나 Lugni et al. (2010a)의 실험 결과와 본 계산 결과는 최대 압력 발생으로부터 약 0.07 s 이후에는 미미한 압력 진동을 예측한다. Fig. 17은

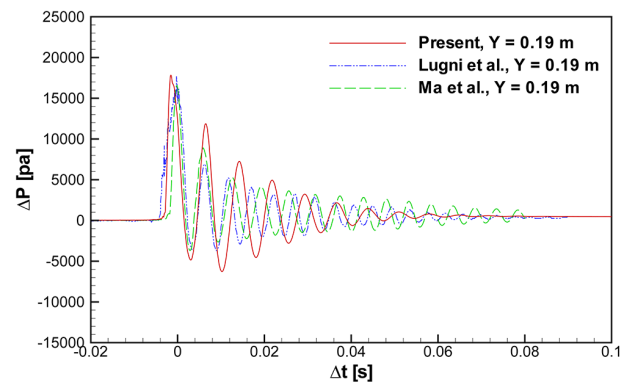


Fig. 16 Comparison of the pressure oscillations measured at  $Y = 0.19$  m

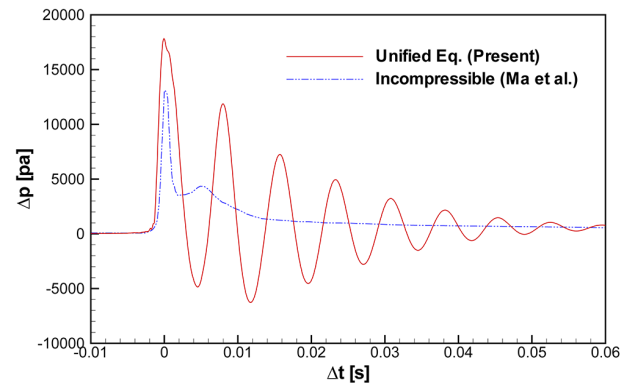


Fig. 17 Effects of compressibility of the entrapped air pocket on the computed time histories of pressure at  $Y = 0.19$  m



통합보존식 해석에 의해 갇힌 공기의 압축성이 고려된 본 연구 결과와 Ma et al. (2016)에 의해 보고된 비압축성 자유표면 유동 해석 결과의 비교를 보여준다. 비압축성 해석의 경우 첫 번째 압력 최대치가 발생한 후 압력은 단조 감소해간다. 비압축성 유동 해석 결과는 실험에서 계측된 갇힌 공기의 압축성에 의한 압력 진동을 전혀 예측할 수 없으며 압력 진동에 대한 이동평균선과 유사한 결과를 예측한다.

## 6. 결론

비압축성 및 압축성 유체들의 통합보존식에 대한 압력 기반 해석 기법에 HCIB 법이 연성되어 움직이거나 변형하는 물체 경계를 처리할 수 있도록 코드가 확장되었다. 개발된 코드는 슬로싱 문제에 대해 보고된 실험 및 계산 결과들과의 비교를 통해 추가 검증되었다. 공진 주기와 유사한 주기로 좌우동요하여 파고가 점증하는 사각 탱크 내 슬로싱의 경우 계산된 파고 및 압력의 시간 변화가 다른 실험 및 계산 결과들과 좋은 일치를 보임을 확인하였다. 움직이는 벽면 주위의 압력장도 부드러운 변화를 보임을 확인하였다. 개발된 코드를 이용하여 좌우동요하는 멤브레인 형 탱크 내부 슬로싱을 해석하고 계산된 압력의 시간 변화가 다른 계산 결과와 좋은 일치를 보임을 확인하였다.

슬로싱 문제에 대해 추가 검증된 코드를 이용하여 슬로싱 유동 중 갇힌 공기에 의한 공기 완충 효과가 보고된 문제를 해석하고 계산된 결과를 다른 실험 및 계산 결과들과 비교하였다. 공기가 물과 탱크 벽면에 의해 갇히면서 일반적 유동에 의한 압력 변화량 보다 압도적으로 큰 압력 진동이 발생함을 관찰하였다. 공기가 갇히는 시점 주위의 압력장을 1 ms 단위로 포착하여 공기 내부의 빠른 압력 변화가 주위 물의 압력 분포를 변화시키는 과정이 해석되었다. 갇힌 공기 내부의 압력이 낮아진 시점에서는 벽면에 접촉하는 물에서도 큰 음의 계기 압력이 발생하였다. 계산된 압력 진동의 진폭 및 감쇠가 보고된 실험 결과 및 압축성 다상 유동 해석 결과와 좋은 일치를 보임을 확인하였다. 본 연구에서 HCIB 법이 연성되어 확장된 통합보존식 해석 기법은 비압축성 자유표면 유동 해석에서는 전혀 고려할 수 없는 슬로싱 탱크 내부 갇힌 공기에 의한 압력 진동을 실험과 유사하게 예측할 수 있으며 이에 따라 향후 슬로싱 탱크 내부 공기 완충 효과의 물리적 특성 해석에 유용하게 활용되리라 기대된다.

## 후 기

이 논문은 부경대학교 자율창의기술연구비(2021년)에 의하여 연구되었음.

## References

Abrahamsen, B.C. & Faltinsen, O.M., 2011. The effect of air

leakage and heat exchange on the decay of entrapped air pocket slamming oscillations. *Physics of Fluids*, 23(10), pp.1-17.

Abrahamsen, B.C. & Faltinsen, O.M., 2012. The natural frequency of the pressure oscillations inside a water-wave entrapped air pocket on a rigid wall. *Journal of Fluids and Structure*, 35, pp.200-212.

Bredmose, H. Bullock, G.N. & Hogg, A.J., 2015. Violent breaking wave impacts. Part 3. Effects of scale and aeration. *Journal of Fluid Mechanics*, 765, pp.82-113.

Daru, V. Quere, P.L. Duluc, M.C. & Maitre, O.L., 2010. A numerical method for the simulation of low Mach number liquid-gas flows. *Journal of Computational Physics*, 229, pp.8844-8867.

Denner, F. Xiao, C.N. & Wachem, B.G.M., 2018. Pressure-based algorithm for compressible interfacial flows with acoustically-conservative interface discretization. *Journal of Computational Physics*, 367, pp.192-234.

Gilmanov, A. & Sotiropoulos, F., 2005. A hybrid Cartesian/immersed boundary method for simulating flows with 3D, geometrically complex, moving bodies. *Journal of Computational Physics*, 207(2), pp.457-492.

Koh, C.G. Gao, M. & Luo, C., 2011. A new particle method for simulation of incompressible free surface flow problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 89(12), pp.1582-1604.

Kwakkela, M. Breugema, W.P. & Boersma, B.J., 2013. Extension of a CLSVOF method for droplet-laden flows with a coalescence/breakup model. *Journal of Computational Physics*, 253, pp.166-188.

Liu, K. & Pletcher, R.H., 2007. A fractional step method for solving the compressible Navier-Stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 226(2), pp.1930-1951.

Lugni, C. Brocchini, M. & Faltinsen, O.M., 2010a. Evolution of the air cavity during a depressurized wave impact. II. The dynamic field. *Physics of Fluids*, 22, 056102.

Lugni, C. Miozzi, M. Brocchini, M. & Faltinsen, O., 2010b. Evolution of the air cavity during a depressurized wave impact. I. The kinematic flow field. *Physics of Fluids*, 22, 056101.

Luo, M. Koh, C.G. & Bai, W., 2016a. A three-dimensional particle method for violent sloshing under regular and irregular excitations. *Ocean Engineering*, 120, pp.52-63.

Luo, M. Koh, C.G. Bai, W. & Gao, M., 2016b. A particle method for two-phase flows with compressible air pocket. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 108(7), pp.695-721.

Ma, Z.H. Causon, D.M. Qian, L. Mingham, C.G. & Ferrer, P.M., 2016. Numerical investigation of air enclosed wave impacts in a depressurised tank. *Ocean Engineering*, 123, pp.15-27.

- Shin, S., 2018. Simulation of pressure oscillation in water caused by the compressibility of entrapped air in dam break flow. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 55(1), pp.56–65.
- Shin, S., 2019. Variation in air cushion effects caused by isentropic and isothermal processes of entrapped air in incompressible free surface flows. *Journal of Computational Fluids Engineering*, 24(3), pp.76–83.
- Shin, S., 2020. Simulation of compressibility of entrapped air in an incompressible free surface flow using a pressure-based method for unified equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 92(10), pp.1274–1289.
- Shin, S. & Bae, S.Y., 2013. Simulation of water entry of an elastic wedge using the FDS scheme and HCIB method. *Journal of Hydrodynamics*, 25(3), pp.450–458.
- Shin, S. Bae, S.Y. Kim, I.C. & Kim, Y.J., 2009. Effects of flexibility on propulsive force acting on a heaving foil. *Ocean Engineering*, 36, pp.285–294.
- Shin, S. Bae, S.Y. Kim, I.C. Kim, Y.J. & Goo, J.S., 2007. Computations of flow over a flexible plate using the hybrid Cartesian/immersed boundary method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 55(3), pp.263–282.
- Sun, H. Sun, Z. Liang, S. & Zhao, X., 2019. Numerical study of air compressibility effects in breaking wave impacts using a CIP-based model. *Ocean Engineering*, 174, pp.159–168.
- Sussman, M. & Puckett, E.G., 2000. A coupled level set and volume-of-fluid method for computing 3D and axisymmetric incompressible two-phase flows. *Journal of Computational Physics*, 162, pp.301–337.
- Tamellini, M. Parolini, N. & Verani, M., 2018. An optimal control problem for two-phase compressible-incompressible flows. *Computers & Fluids*, 172, pp.538–548.
- Wang, B.S. Li, P. Gao, Z. & Don, W.S., 2018. An improved fifth order alternative WENO-Z finite difference scheme for hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 374, pp.469–477.
- Wang, L. Currao, G.M.D. Han, F. Neely, A.J. Young, J. & Tian, F.B., 2017. An immersed boundary method for fluid-structure interaction with compressible multiphase flows. *Journal of Computational Physics*, 346, pp.131–151.
- Yokoi, K., 2013. A practical numerical framework for free surface flows based on CLSVOF method, multi-moment methods and density-scaled CSF model: numerical simulations of droplet splashing. *Journal of Computational Physics*, 232, pp.252–271.
- Zhu, J. & Qiu, J., 2016. A new fifth order finite difference WENO scheme for solving hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 318, pp.110–121.



신 상 목