CFD 기법을 활용한 공기층에 의한 마찰항력 감소 현상 연구

김희택¹ㆍ김형태^{2,†}ㆍ이동연¹ 삼성중공업¹ 충남대학교 선박해양공학과²

Study on the Skin-frictional Drag Reduction Phenomenon by Air Layer using CFD Technique

Hee-Taek Kim¹ · HyoungTae Kim^{2,†} · Dong-Yeon Lee¹ Samsung Heavy Industries Co., Ltd.¹ Department of Naval Architecture & Ocean Engineering, Chungnam National University²

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

The flow pattern of air layers and skin-friction drag reduction by air injection are investigated to find the suitable multiphase flow model using unstructured finite-volume CFD solver for the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations. In the present computations, two different multiphase flow modeling approaches, such as the Volume of Fluid (VOF) and the Eulerian Multi-Phase (EMP), are adopted to investigate their performances in resolving the two-phase flow pattern and in estimating the frictional drag reduction. First of all, the formation pattern of air layers generated by air injection through a circular opening on the bottom of a flat plate are investigated. These results are then compared with those of M kiharju's experimental results. Subsequently, the quantitative ratios of skin-friction drag reduction including the behavior of air layers, within turbulent boundary layers in large scale and at high Reynolds number conditions, are investigated under the same conditions as the model test that has been conducted in the US Navy's William B. Morgan Large Cavitation Channel (LCC). From these results, it is found that both VOF and EMP models have similar capability and accuracy in capturing the topology of ventilated air cavities so called air pockets and branches'. However, EMP model is more favorable in predicting quantitatively the percentage of frictional drag reduction by air injection.

Keywords: Air injection(공기 주입), Air layer(공기층), Skin-friction drag reduction(마찰항력 감소), Sweep angle(후퇴각), Multiphase model(다상 유동 모델)

1. 서 론

최근 국제해사기구(International Maritime Organization, IMO) 의 선박 환경규제 강화와 주요국의 배출규제지역(Emission Control Area, ECA) 확대 추세에 따라 친환경 선박에 대한 관심이 증대되고 있다. 최근의 선박 개발은 연료유의 사용량을 저감하여 에너지 사용량을 줄이는 고도의 에너지 효율 개선 기술 적용에 초점을 맞추고 있다. 선박의 에너지 효율을 개선하기 위한 가장 근본적인 방법은 항력을 최소화하는 선형을 개발함과 동시에 프로 펠러 추진 효율을 항상시켜 유체역학적 성능을 극대화하는 것이다. 또한, 다양한 연료절감장치(Energy Saving Device, ESD)들을 개 발하여 적용하는 것 또한 하나의 대안으로 대두되고 있다. 최근에 는 선종 및 설계 속도에 따라 차이는 있지만 탱커선 및 컨테이너선 과 같은 일반 상선에서의 마찰항력이 전체항력의 60~65%를 차지 (Larsson et al., 2010)하는 이유로, 다른 ESD들보다 효과적인 방법으로 제시되고 있다. 선박의 마찰항력을 최소화하는 가장 효 과적인 방법은 침수표면적을 줄이는 것으로, 탄성피막(compliant wall)이나 공기주입(micro-bubble or gas injection, Paik et al., 2015)을 통해 마찰항력의 감소를 유도하거나 유동의 조직적인 구 조를 바꾸어주는 리블렛(riblet) 방법 및 고분자 폴리머(polymer) 용액 등의 첨가제를 이용한 방법(Kim et al., 2003) 등이 있다.

최근에는 선체 표면에 공동을 생성하여 접수 표면적을 감소시키는 공기윤활법이 다시 각광을 받고 있으며, 다양한 공기윤활 시스템 개 발을 통해 실제 선박에 적용되고 있다. 미쓰비시 중공업은 자체적으 로 개발한 Mitsubishi Air Lubrication System (MARS)을 2척의 선박 에 적용하고, 시운전을 통해서 최대 13%의 연료절감효과를 확인하 였다(Mizokami et al., 2010; Tanaka et al., 2011). 실버스트림사도 독자 개발한 공기윤활 시스템을 40K DWT 제품운반선에 적용하고 시운전을 통해 효과를 검증하였다(Silberschmidt et al., 2016). 국내 에서는 삼성중공업이 "Samsung Advanced Vibration and Energy Reduction (SAVER) Air"를 개발하여 중량물 운반선(Heavy cargo carrier, HCC) 및 액화천연가스 운반선(Liquefied natural gas carrier, LNGC)에 적용한 바 있으며 시운전 및 실제 운항 자료 분석을 통해 각 각 8~9% 및 4~5%의 연료절감효과가 있음을 확인하였다. (Lee et al., 2017). 이러한 실선 적용 사례를 통해, 연료소모를 줄이 는데 있어 공기윤활법이 매우 효과적인 방법임이 입증되었다. 하지 만, 실제 시운전 및 운항 특성상 공기 주입 유, 무에 의한 효과는 미력절감율에 근거하여 판단할 수밖에 없으며 주입된 공기의 주요 거동 현상 등에 대한 정보를 얻기에는 매우 제한적인 것이 시실이다. 이러한 문제를 규명하기 위해 많은 연구자들에 의해 "공기층에 의한 항력감소(Air Laver Drag Reduction, ALDR) 현상"에 대한 다양한 기초연구가 예인수조 및 공동수조 실험을 통해 수행되고 있다. Mäkiharju et al. (2017)은 Michigan 대학의 수조에서 바지형(barge type) 모형선을 사용하여 선체 비닥면에 형성된 공기층의 형상을 관 찰하였다. 이 실험을 통해 공기층의 형상은 크게 람다(lambda, △)와 델타(delta, ∧)형으로 구분할 수 있음을 보였다. 또한, 공기층의 형 상과 주입된 공기의 후퇴각을 결정짓는 주요 인자는 물 유입 속도 (U_m)와 공기 주입량(Q)임을 확인하였다. Sanders et al.(2006) 및 Elbing et al. (2008)은 고 레이놀즈 수 조건에서 난류 경계층 내의 공기주입에 의한 미찰항력 감소효과를 파악하기 위해서 대형 캐비테 이션 터널을 활용하여 실험적 연구를 수행한 바 있다. 이를 통해, 주입된 공기의 거동 특성 및 마찰항력 감소현상은 bubble drag reduction(BDR), ALDR 그리고 두 영역 간의 천이 영역으로 구분 지을 수 있음을 발표하였다. 또한, BDR의 특성은 공기 분사구로부터 가까운 영역에 국한하여 유의한 마찰항력 감소효과가 나타나고. ALDR 영역에서는 선체 표면 전반에 생성된 공동으로 인해 미찰항력 이 급격히 감소하는 특성을 기짐을 밝힌 바 있다. Park et al.(2018) 은 부산대학교 예인수조를 활용하여 50K DWT 탱커선을 대상으로 선체 바닥에 설치되어 있는 슬릿(sit) 형태의 분사구 위치 변화에 따 른 마찰항력 감소 특성을 조사하였다. 또한, 선체 바닥 측면부에 길 이 방향으로 펜스를 설치하는 것이 공기를 바닥면에 유지시키는데 효과적임을 발견하였다. 이상의 실험적 연구들은 물과 공기가 혼합 된 다상유동에 대한 기본적인 구조(mechanism)를 이해하고, 실제 공기윤활 시스템 설계에 있어 공기 분사구의 배열 등을 결정하는 데 에 있어 중요한 단서를 제공한다. 하지만, 모형시험을 통해 얻어진 결과들로부터 실선에서의 거동 현상을 포함한 미찰항력 감소량을 추 정하는데 있어서는 여전히 불확실성이 남아있다. 이러한 측면에서, CFD를 활용한 수치 해석적 접근은 모형과 실선 간의 유동 현상 차이

계산을 수행한다. 지배방정식인 연속방정식과 운동량방정식은 식 (1), (2)와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{u}) = 0 \tag{1}$$

등 축척에 의한 영향에 대해 다양한 정보를 제공함으로써 실험적 접

근의 한계를 보완할 뿐만 아니라 핵심적인 구조를 이해하는데 유용

한 수단이 되고 있다. 최근에는 공기윤활과 관련한 다양한 수치 해석

적 접근이 이루어지고 있다(Kim et al., 2017; Mäkiharju et al.,

2017). 이러한 수치적 연구는 공기 분사 시뮬레이션 가능성을 일부

보여주고 있다. 미칠항력 감소와 관련한 연구 사례들의 경우에는 대 부분이 수치해석 결과 내에서의 공기 분사에 의한 상대적인 미찰항

력 감소(Dogrul et al., 2010; Kawakita et al., 2015; Vijayan et al., 2018) 효괴에 관한 것으로 실험과의 직접적인 비교 결과를 함께 도시

한 연구 사례는 찾아보기 어려운 게 사실이다. 이와 관련하여, 실험

데이터와 직접 비교된 계산 결과가 최근까지도 보고되지 않은 원인

의 하나로 대부분의 수치 시뮬레이션에서 사용해 온 VOF 모델이 마

찰항력 감소량을 예측하는데 있어 실험에 비해 과도한 크기로 예측

하기 때문이 아닐까 미루어 짐작된다. 이와 같은 사유로, 공기층의

거동현상 뿐만 아니라 정량적인 미찰항력 감소량을 평가하는데 있어

층의 거동 현상 및 미찰력 감소효과에 대해 실험 데이터와의 직접

비교하였다. 이 때, 2개의 다상유동 모델(VOF 및 EMP)을 검토하였

으며 이를 통해 상기의 문제를 평가하는데 있어 적합한 모델을 확인

하고자 하였다. 본 연구는 다음과 같이 구성하였다. 2징에서는 수치 적 방법에 대해 기술하고, 3장에서는 단일 원형 홀을 통하여 평판

난류 경계층으로 주입된 공기의 거동 특성 및 후퇴각의 변화를

Mäkiharju et al. (2017)의 실험 결과와 비교하여 기술하였다. 4장에

서는 물 유입 속도와 공기 주입량을 변화시켜 기면서 수중 물체 비탁

표면에 형성된 공기층에 의한 마찰력 감소의 주요 특징에 대해

Elbing et al. (2008)의 실험 결과와 비교하여 기술하였다. 마지막으

로, 5장에서는 본 연구의 결과를 바탕으로 결론을 기술하였다.

2. 수치해석 방법

본 연구에서는 액체와 기체상 간의 경계면 문제를 풀기 위해

VOF 모델은 액체와 기체상 간의 경계면을 추적하는 방법으로

2 종 이상의 섞이지 않는 유체가 경계면을 형성할 때 적용하며

가상혼합 유체에 대해 하나의 연속방정식과 운동량방정식 및 각

유체의 체적분율(volume fraction)에 대한 수송방정식을 사용하여

VOF와 EMP 2종의 Eulerian-Eulerian 접근법을 활용하여 수치해

석을 수행하였다.

- VOF 모델

VOF 모델보다 유용한 다상유동 모델을 찾는 것이 요구된다. 본 연구에서는 평판 난류 경계층 내에 주입된 공기에 의한 공기

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m \vec{u}) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{u} \vec{u})$$

$$= -\nabla P + \nabla \cdot (T) + \rho_m \vec{q} + \vec{F}$$
(2)

하첨자인 m은 혼합유체를 의미하며, \vec{u} 는 유체의 속도, P는 압력, T는 응력텐서(stress tensor), g는 중력가속도 그리고 \vec{F} 는 표면장력(surface tension force)을 의미한다. 혼합 밀도 ρ_m 은 체 적분율 평균(volume fraction averaged)으로 나타내고 식 (3)과 같이 표현할 수 있다. 이 식에서 k는 혼합유체 내에 존재하는 유체 의 종을 나타내며, α_k 는 종의 체적분율을 의미한다. 각 유체의 체적분율에 대한 수송방정식은 식 (4)와 같이 나타낼 수 있으며, 각 제어체적에 대하여 식 (5)를 만족하여야 한다.

$$\rho_m = \sum_{k=1}^{2} \alpha_k \rho_k \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}) = S_{\alpha k}$$
(4)

$$\sum_{k=1}^{N} \alpha_k = 1 \tag{5}$$

– EMP 모델

EMP 모델은 상간의 상호침투가 허용되는 연속체로 가정하여 각 각의 상들은 독립적인 운동량 및 연속방정식 군으로 표현된다. 질량보존법칙을 만족하는 연속방정식은 식 (6)과 같이 표현할 수 있다. 여기서, N은 상의 전체 개수를 나타내며, \dot{m}_{pq} 는 상 p에서 상 q로 물질이 전달되는 비율을 의미하는 것으로 질량보존에 의해 식 (7)을 만족하여야 한다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \overline{u_k}) = \sum_{p=1}^{N} (\overrightarrow{m_{pq}})$$
(6)

 $\dot{m}_{pq} = -\dot{m}_{qp} \tag{7}$

운동량방정식은 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다. 식 (8)에서 $\overline{M_{K'}}$ 는 두 상간의 계면에 작용하는 계면 운동량 전달 항으로 식 (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_k \overrightarrow{u_k}) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \overrightarrow{u_k u_k})$$

$$= -\alpha_k \nabla P + \nabla \cdot \alpha_k (\tau_k) + \alpha_k \rho_k \overrightarrow{g} + \overrightarrow{M_K}$$
(8)

$$\overrightarrow{M_{K}} = \overrightarrow{M_{D}} + \overrightarrow{M_{VM}} + \overrightarrow{M_{L}} + \overrightarrow{M_{WL}} + \overrightarrow{M_{TD}}$$
(9)

 M_D 는 계면 견인력에 의한 힘(drag force), M_{VM} 은 가상질량 에 의한 힘(virtual mass force), $\overrightarrow{M_L}$, $\overrightarrow{M_{WL}}$, $\overrightarrow{M_{TD}}$ 는 양력(lift force), 벽면 윤활력(wall lubrication force) 및 계면 난류 분산력 (turbulent dispersion force)을 의미한다. $\overrightarrow{M_D}$ 는 분산상 (dispersed phase)의 운동과 반대방향으로 작용하는 힘을 고려하 기 위한 항으로 식 (10)과 같이 정의된다. 여기서, $\overrightarrow{u_r} \in \overrightarrow{u_c} - \overrightarrow{u_d}$ 이 며, 하첨자 c는 연속체상(continuous phase)을 d는 분산상을 의미 하며, Schiller and Naumann(1933)이 제안한 모델을 사용하였다. M_L^{-} 은 연속체상 속도의 회전구배에 의해 분산상에 작용하고 횡 방향으로 밀어 올리는 힘을 고려하기 위한 항으로 식 (11)과 같이 정의되며, Tomiyama et al.(2002)이 제안한 모델을 적용하였다. 이 때, C_L 은 항상 양의 가다. $\overrightarrow{M_{WL}}$ 은 분산상의 체적분율이 벽으 로부터 떨어지도록 인위적인 힘을 가해주는 항으로 식 (12)와 같 이 정의되며, Antal et al.(1991)이 제안한 모델을 적용하였다. 여 기서, y_w 는 벽으로부터 떨어진 거리를 d는 기체방울의 직경을 의 미한다. 분산상이 연속체상에 의해 가속될 때 나타나는 효과를 고 려하기 위한 항인 $\overrightarrow{M_{VM}}$ 과 연속체상의 속도에 기인하여 발생하는 난류 변동에 의한 힘을 고려하기 위한 항인 $\overrightarrow{M_{TD}}$ 는 식 (13) 및 식 (14)와 같이 정의되며, 상용 코드인 Star-CCM+에 미리 설정된 방법을 적용하였다. 여기서, v_e^{t} 는 연속체상의 난류동점성계수, σ_{α} 는 난류 프란틀수(turbulent Prandtl number)를 의미한다.

$$\overrightarrow{M_D} = \frac{1}{8} C_D \rho_c A_s \left| \overrightarrow{u_r} \right| \overrightarrow{u_r} = \frac{3}{4} \frac{C_D \rho_c}{D} \left| \overrightarrow{u_r} \right| \overrightarrow{u_r} \alpha_d \tag{10}$$

$$\overrightarrow{M_L} = C_L \alpha_d \rho_c \left[\overrightarrow{u_r} \times \left(\nabla \times \overrightarrow{u_c} \right) \right]$$
(11)

$$\overrightarrow{M_{WL}} = -C_{WL}(y_w)\alpha_d\rho_c \frac{\left|\overrightarrow{u_r} - \left(\overrightarrow{u_r} \cdot \overrightarrow{n}\right)\overrightarrow{n}\right|^2}{d}\overrightarrow{n}$$
(12)

$$\overrightarrow{M_{VM}} = C_{VM} \alpha_d \rho_c \left[\left(\frac{D\nu}{Dt} \right)_c - \left(\frac{D\nu}{Dt} \right)_d \right]$$
(13)

$$\overrightarrow{M_{TD}} = A_{\alpha l}^{D} \frac{\nu_{c}^{t}}{\sigma_{\alpha}} \left(\frac{\nabla \alpha_{d}}{\alpha_{d}} - \frac{\nabla \alpha_{c}}{\alpha_{c}} \right)$$
(14)

한편, 앞서 서술한 지배방정식의 대류항과 확산항에 대해서는 각 각 2차 정도의 풍상차분기법(upwind scheme)과 중앙차분 기법(central difference scheme)을 적용하였다. 또한, 연속방 정식을 만족시키기 위한 속도-압력연성은 Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equation (SIMPLE) 알고리즘을 난류모형으로는 k-Omega Shear Stress Transport(k- ω SST) 모델을 사용하였다.

3. 후퇴각 평가 시뮬레이션

후퇴각은 공기윤활 시스템을 실제 선박에 적용하는데 있어, 분 시구의 배열 설계 및 공기분사 펌프 용량 등을 선정하는데 있어 중요한 인자가 된다. 따라서 주입된 공기의 거동에 대한 1차적인 이해와 함께 후퇴각을 정도 높게 추정하는 것은 설계에 있어 매우 중요하다. 본 장에서는 평판 난류 경계층 내에 공기 주입에 따른 공기층의 특성 및 후퇴각에 대해 VOF와 EMP 2 종의 다상유동 모델이 미치는 영향을 살펴보기 위해 수치해석을 수행하고 Mäkiharju et al.(2017)의 실험 결과와 비교, 검토하였다. 후퇴각 에 대한 정의는 Fig. 1에 간략히 도시하였다. 이 때, 공기층 형상은 공기 체적분율이 0.5인 영역으로 정의하였다.



Fig. 1 Definition of the sweep $angle(\varphi)$ with a half of the gas spreading $angle(\alpha)$

3.1 대상 물체와 유동해석 조건

실험에서는 바지형 모형선을 대상으로 바닥 평면에 형성된 공 기층의 형상을 관측하였으나, 본 연구에서는 모형선 모델을 평판 으로 단순화하였다. 그 이유는 다상유동 모델을 사용하여 공기층 의 형상 및 후퇴각을 검토하는 목적에 형상이 영향을 주지 않을 것으로 판단하였기 때문이다. 유동해석 영역을 포함한 해석 대상 에 대한 주요 모습을 Fig. 2에 보였으며 평판 바닥에 위치한 원형



Fig. 2 Schematic drawing of model and flow domain for simulations of air pockets

Table 1 Simulation cases to analyze the topology of air pockets

Injection-orif	Free-stream speed (U_{∞} , m/s)	Air injection	Injection
ice diameter		rate	angle
(Di, mm)		(Qi, m ³ /s)	(β,°)
5 10 20	(2) 3 4 5	0.0010, (0.0017), 0.0020, (0.0025), 0.0030, (0.0033), 0.0040, (0.0043), 0.0050, 0.0060, (0.0065), 0.0070, 0.0080, 0.0090	90

* (): Additional simulations at free-stream speed of 2m/s

단면의 공기 분사구를 통해 실험과 동일한 체적유량의 공기를 주 입할 수 있도록 구성하였다. 본 연구에서는 공기 주입각을 비닥면과 수직한 방향(β =90°)으로 유지한 상태에서 Table 1과 같이 물 유입 속도(U_{∞}), 공기 분사구 직경(D_i) 및 공기 주입량(Q_i)을 바꾸어 가면서 해석을 수행하였다.

3.2 수치격자 및 경계조건

Star-CCM+에서 제공하는 Cartesian trimmer mesh로 공간격 자를 구성하고 벽 근처에서 격자의 조밀도를 향상시키기 위해서 prism layer를 적용하였다. 바닥면 부근에서의 공기 거동 모사를 위해 Fig. 3과 같이 바닥면 주위 격자를 조밀하게 생성하였다. 사 용된 총 격자수는 약 2백만 개이며 y+는 30을 유지하였다. 이 때, 최종 격자 분포와 y+ 범위를 선택하기 위해 각 인자들을 바꾸어 가면서 영향도를 사전 검토하였다. 격자수 범위는 70만개~280 만개로 $\sqrt{2}$ 배씩 증가시키고, y+의 범위는 90 수준까지 15씩 증가시키면서 영향도를 살펴보았다. 이로부터, 후퇴각 및 공기 층 형상 변화를 모사하는데 있어 유의한 수준이라고 판단된 격 자계와 y+ 범위를 사용하였다. 하지만, 본 연구에서는 이에 대 한 상세 내용은 따로 논하지 않았다. 수치해석은 비정상 상태 유동 조건에서 수행하였고, Fig. 2에 나타낸 각 영역에 대한 경 계조건은 다음과 같다. 입구 면에는 velocity inlet 조건을 출구 면에는 pressure outlet 조건을 적용하였다. 측면과 중심 면에 는 대칭유동(flow symmetry) 조건을 상부와 하부 면에는 wall(no-slip) 조건을 적용하였다. 그리고 분사구에는 공기주입 유, 무에 따라 velocity inlet 또는 wall(no-slip) 조건으로 구분하여 적용하였다.



Fig. 3 Mesh distribution for simulation to estimate the sweep $\mathrm{angle}(\varphi)$

3.3. 수치해석 결과

수치격자계가 난류 경계층의 속도 프로파일을 제대로 구현하는 지 확인하기 위해 공기를 분사하지 않는 상태에서 분사구 위치에 서의 속도 프로파일 분포를 1/7th power law profile 이론식 및 Mäkiharju et al.(2017)의 실험 결과와 함께 Fig. 4에 나타내었다. 수치 해석의 결과, 1/7th power law profile 이론식과 잘 일치함을 확인하였다. 이를 통해 난류 경계층 구현에 있어 사용한 격자계가 타당하다고 판단하였고 이후의 모든 해석에 대해 본 격자계를 적 용하였다.



Fig. 4 Comparison of boundary layer profiles at the location of injection-orifice

- 물 유입 속도(U_m) 변화에 의한 영향



(a) EXP, φ (left: 74.2°, mid: 79.9°, right: 84.6°)



(b) CFD(VOF), φ (left: 78.5°, mid: 82.0, right: 84.0)



(c) CFD(EMP), φ (left: 77.8, mid: 82.8, right: 85.0) Fig. 5 The change in air-pocket topologies with varying liquid free-stream speed(Fixed Di=5mm, β =90° and Qi=2.0x10⁻³m³/s / left: U_{∞} =2.0m/s; mid: U_{∞} =3.0m/s; right: U_{∞} =4.0m/s)

물 유입 속도 변화에 따른 공기 거동 및 후퇴각 변화를 살펴보기 위하여, 공기 분시구 직경을 5mm, 공기 주입량을 2.0x10⁻³m³/s 로 고정한 상태에서 물 유입 속도를 바꾸어 가면서 수치해석을 수행하였다. 물 유입 속도가 점진적으로 증가함에 따라 공기층 분 지간의 거리가 좁혀짐과 동시에 분지의 두께가 점차 감소하는 경 향을 보임을 확인하였다. 이는 물 유입 속도가 증가함에 따라 공기 층의 확산 면적이 줄어드는 것을 의미함과 동시에 물 유입 속도는 공기층의 형상을 결정짓는 중요한 인자임을 의미한다. 한편, Fig. 6(b)와 (c)에서와 같이 수치해석을 통해 얻어진 후퇴각 변화는 실 혐의 경향을 잘 예측하고 있으나, 정량적인 추정에 있어서는 다소 차이를 보이고 있다. 물 유입 속도가 2m/s와 3m/s인 경우에는 전반적으로 실험에 비해 크게 예측(2m/s: EXP(74.2°), VOF(78.5°), EMP(77.8°) / 3m/s: EXP(79.9°), VOF(82.0°), EMP(82.8°))하고 있으며, 4m/s인 경우에는 실험과의 오차가 1도 이내(4m/s: EXP(84.6°), VOF(84.0°), EMP(85.0°)수준에서 잘 일 치하고 있다.

- 공기 주입량(Q_i) 변화에 의한 영향



(a) EXP, φ (left: 76.7°, mid: 72.2°, right: 68.8°)



(b) CFD(VOF), φ (left: 75.9°, mid: 73.7°, right: 71.5°)





공기 분사구 직경을 10mm, 물 유입 속도를 2.0m/s로 고정한 상태에서 공기 주입량 변화에 의한 공기층의 거동 및 후퇴각을 살펴보고 그 결과를 Fig. 6에 나타내었다. 실험의 경우, 공기 주입 량이 점진적으로 증가함에 따라 후퇴각이 76.7°에서 68.8°로 최대 7.9° 감소함과 동시에 공기층의 형상이 델타형에서 람다형으로 변 화하는 현상이 관찰된다. 공기 주입량 변화에 의한 공기 거동의 특성은 VOF와 EMP 모델을 사용한 해석 결과에서도 잘 나타나고 있으며 Mäkiharju et al.(2017)의 실험 결과의 경향을 잘 따르고 있다. 하지만, EMP 모델을 사용하여 얻어진 공기층 형상의 이미지 가 실험을 통해 관찰된 영상 이미지의 특징을 좀 더 유사하게 모사 하는 것을 확인할 수 있다. 추가적으로, 후퇴각 변화에 대해 좀 더 상세히 살펴보면, VOF 모델에서는 75.9°에서 71.5°로 최대 4.4° 감소하며, EMP 모델에서는 79.3°에서 71.5°로 최대 7.8° 감 소하는 경향으로 후퇴각의 최대 차이에 있어서도 실험에 좀 더 가까운 모습을 보였다.

- 공기 분사구 직경(*D_i*) 변화에 의한 영향



(a) EXP, φ(left: 79.7°, mid: 81.8°, right: 82.4°)



(b) CFD(VOF), φ (left: 81.6°, mid: 80.4°, right: 80.1°)



(c) CFD(EMP), φ(left: 81.7°, mid: 81.7°, right: 82.0°)
 Fig. 7 The change in air-pocket topologies with varying injection-orifice diameter(Fixed U_∞=3m/s, β=90° and Qi=2.5x10⁻³m³/s / left: D_i=5mm; mid: D_i=10mm; right: D_i=20mm)

마지막으로, 공기 분사구 직경 변화에 의한 경향을 살펴보기 위하여 물 유입 속도를 3.0m/s, 공기 주입량을 2.5x10⁻³m³/s로 고정한 상태에서 해석을 수행하고 그 결과를 Fig. 7에 나타내었다. 실험의 경우, 공기 분사구의 직경이 작아질수록 분지가 양쪽 측면 으로 갈라지며 람다형으로 변화함과 동시에 중앙의 벽면이 노출되 는 경향을 보인다. 수치해석 결과에서도 이러한 경향은 잘 모시하나





후퇴각의 변화에 있어서 실험 결과와 상이한 양상이 보인다. 실험에 서는 공기 분시구 직경이 증가할수록 후퇴각이 79.7°에서 82.4°로 최대 2.7° 증가함을 보인 반면, VOF 모델을 시용한 해석 결과는 후퇴 각이 81.6°에서 80.1°로 오히려 1.5° 감소하는 방향으로 EMP 모델을 시용한 경우에는 후퇴각이 81.7°에서 82.0°로 큰 변화가 없는 것으로 나타났다. 상기의 결과로부터, 분사구 직경이 후퇴각에 미치는 영향 에 대해 결론짓기에는 이직 성급하다고 판단되며 추가 해석 및 분석을 통해 판단이 필요할 것으로 사료된다. 하지만, 공기 분사구 직경 변화 에 의한 영향은 앞서 살펴본 주요 인지(물 유입 속도, 공기 주입량)들 에 비해서 상대적으로 유의한 인지가 아님은 확인할 수 있다.

지금까지 VOF와 EMP 모델에 따른 공기 거동의 특성에 대해 주 요 인자들을 바꾸어 가면서 살펴보았다. 위의 해석 결과들로부터 후퇴각을 크게 변화시키는 주요 매개변수는 물 유입 속도 및 공기 분사량임을 확인할 수 있었다. 각 매개변수 변화에 따른 후퇴각을 Fig. 2에 정의한 방법에 따라 각 각의 다상유동 모델에 대해 추정하 였으며 그 결과를 Fig. 8에 나타내었다. Fig. 8(a)는 공기 분사구 직경이 5mm인 조건에서 물 유입 속도와 공기 주입량 변화에 의한 후퇴각을 도시한 결과이며 Fig. 8(b)와 (c)는 분사구 직경이 10mm. 20mm 조건에서의 결과이다. 이 때, x축은 공기 주입량을 의미하며 y축은 후퇴각을 의미한다. 실험 결과에서 보는 바와 같이, 직경 변화 에 관계없이 공기 주입량이 증가하거나 물 유입 속도가 감소하게 되면 후퇴각은 점차 감소하는 경향을 보인다. 또한, 물 유입 속도가 증가할수록 공기 주입량 증가에 따른 후퇴각 변화 기울기가 상대적 으로 완만해지는 특성을 보인다. 이러한, 주요 변수 변화에 의한 후퇴각 변화 특성은 VOF와 EMP 두 종류의 다상유동 모델 모두 실 험을 통해 관찰된 경향을 대체로 잘 재현하고 있음을 확인할 수 있 다. 하지만, 정량적인 후퇴각 추정에 있어서는 실험과 차이를 보이 고 있음을 확인할 수 있다. 이는 공기 분사구 영역으로 유입되는 속도 프로파일 분포에 있어 실험과 수치해석간의 차이가 하나의 원 인일 것으로 생각된다. 실험을 통해 계측된 속도 프로파일의 경우에 는 Fig. 4에 기 도시한 바와 같이 수치해석 조건과 달리 벽 근처에서 상대적으로 느린 속도 프로파일 분포로서 1/5th power law profile 분포에 좀 더 가깝다. 향후, 실험과의 정량적인 비교를 위해 이 부분 에 대한 추가적인 연구가 요구가 필요할 것으로 보인다. 하지만, VOF와 EMP 모델을 사용한 해석 결과를 살펴보면, 다상유동 모델간 의 후퇴각의 정량적인 차이는 공기 주입량 변화에 따라 차이는 있지 만 분사구 직경이 5mm인 경우에는 최대 2.4° 이내, 10mm인 경우 에는 최대 2.8° 이내, 20mm인 경우에는 최대 2.9° 이내에서 잘 일 치하고 있다. 이러한 해석 결과를 바탕으로 평판 난류 경계층 내에 주입된 공기에 의한 초기 거동 특성 및 후퇴각을 평가함에 있어서 VOF와 EMP 모델간의 정성적, 정량적 차이는 크지 않을 것으로 판 단되며 타당한 해석 결과를 제공할 것으로 판단된다.

4. 미찰력 평가 시뮬레이션

본 장에서는 공기 주입에 따른 평판 비닥에서의 공기 거동 특성 및 이에 따른 마찰력 감소효과를 수치해석을 통해 살펴보고 그 결과를 Elbing et al.(2008)의 실험 결과와 비교하였다.

4.1 대상 물체와 유동해석 조건

시험이 수행된 LCC 실험 시설에 대해 Fig. 9와 같이 단순화하였

다. 대상 물체는 높이 방향으로 채널 중심 부근에 놓이며 물체의 앞날(leading edge)은 유입 면으로부터 12.09m 떨어져 있다. 대 상 물체의 길이는 12.88m이며 바닥면에는 슬릿 형태의 공기 분사 부와 마찰력 감지기들이 배치되어 있다. 감지기는 총 6개로 채널 의 좌측 벽면으로부터 폭 방향으로 2.0m 떨어진 곳에 위치해 있 다. 길이 방향으로는 물체 앞날로부터 1.96m, 3.41m, 5.94m, 7.43m, 9.23m 및 10.68m 떨어진 곳에 위치해 있다. 감지기의 직경은 0.152m로서 약 0.0181m²의 면적을 가진다. 한편, 공기 분사부는 대상 물체의 앞날로부터 유동 흐름방향으로 1.38m 떨어 진 곳에 위치하며, 스팬(span) 길이는 3.05m이고 코드(chord) 길 이는 0.0277m로서 약 0.0845m²의 면적을 갖는다. 미찰력 감소효 과를 검토하기 위한 주요 조건은 Table 2와 같다.



- Fig. 9 Schematic drawing of model and flow domain for simulations of ALDR
- Table 2 Simulation cases to predict the percentage of skin-friction drag reduction

Free-stream speed	Air injection rate	
(U_{∞} , m/s)	(Q _i ,m ³ /min)	
6.7	2.550	
13.3	4.810	
20.0	9.060	
20.0	15.300	

4.2. 수치격자 및 경계조건

LCC 채널을 모사하기 위하여 유동해석 영역의 양쪽 측면에

wall(no-slip) 조건을 부여한 것을 제외하고는 3.3절에서의 방법과 동일하게 수치격자계를 생성하고 경계조건을 부여하였다. 유동해 석에 사용한 격자계의 모습은 Fig. 10과 같으며, 격자수는 약 2.5 백만개를 사용하였다. 이 때, $Re_x = 1 \times 10^7 \sim 2 \times 10^8$ 과 같이 고 레이놀즈수 유동에 대해 수치해석을 수행함에 있어 효율적인 계산을 위해 벽함수(wall function) 사용과 함께 로그영역(log layer)을 만족하는 범위에서 y+를 결정하였다. 이 때, 사용된 y+는 약 50 수준이었다.



Fig. 10 Mesh distribution for simulations of ALDR

4.3. 수치해석 결과

수치격자계의 적합성을 살펴보기 위하여 공기를 분사하지 않은 상 태에서 각 각의 감지기에 작용한 미찰력을 무차원화하였으며, 이를 Elbing et al.(2008) 연구 결과에서 인용한 Schultz-Grunow(1941) 미찰항력계수 곡선 및 실험 결과와 비교하여 Fig. 11에 나타내었다.

$$C_{F0} = 0.370 \log_{10} (Re_x)^{-2.584}$$
⁽¹⁵⁾

$$\frac{0.242}{\sqrt{C_{F0}}} = \log_{10}(Re_x C_F) \tag{16}$$

$$C_{F0} = \frac{0.075}{(\log_{10}(Re_x) - 2)^2} \tag{17}$$

$$Re_x = \frac{U_{\infty}X}{\nu} \tag{18}$$

추가로, 대표적인 마찰항력계수 곡선들도 함께 나타냈으며 식 (15)~(17)과 같이 정의된다. 식 (15)는 Schultz-Grunow(1941) 곡선 공식이며, 식 (16)은 Schoenherr(또는 ATTC) 곡선 공식, 식 (17)은 ITTC 1957 곡선 공식이다. 이 때, Re_x 는 레이놀즈 수로서 식 (18)과 같이 정의하였다. 여기서, ν 는 동점성 계수, U_{∞} 는 유입 속도, x는 물체의 전단부로부터 각 각의 감지기 중심부까지의 거 리를 의미한다. Schoenherr의 공식은 평판에 대하여 그 당시까지 얻어진 실험 결과들을 바탕으로 제안된 공식으로서 실선 영역의 레이놀즈 수까지 확장되어 매끈한 표면에 대한 마찰항력을 추정하 는데 사용되고 있다. 이를 미국수조회의(American Towing Tank Conference, ATTC)에서 ATTC 곡선으로 부르기로 채택하면서 현 재에는 혼용되어 사용되고 있다. ITTC 1957 곡선은 모형선의 항력

으로부터 실선에서의 항력을 추정하는데 사용되는 평판의 마찰항 력 곡선으로, 수조에서 수행한 모형시험 결과로부터 실선의 성능을 추정하는데 보다 현실적인 값을 제공하기 위한 공학적인 목적으로 제안되었다. ITTC 1957 곡선은 낮은 레이놀즈 수에서는 Schoenherr 곡선 공식보다 큰 마찰항력 계수 값을 가지며 높은 레이 놀즈 수에서는 비슷한 값을 가지는 특징이 있다. 실제 평판의 마찰 항력을 계산할 때 어떤 공식을 이용하는 것이 타당한지에 대해서는 지속적인 논의가 필요하지만 현재까지는 평판 자체의 마찰항력을 산정하는데 있어서는 수많은 실험값으로부터 제안된 Schoenherr (또는 ATTC) 곡선 공식을 사용하는 것이 합리적인 방법으로 여겨지 고 있다. Fig. 11에 도시한 바와 같이 고 레이놀즈 수 조건에서 계산 된 마찰력 계수와 대표적인 마찰항력 계수 곡선들과의 비교를 통해, 생성된 수치격자계가 마찰력을 평가하는데 있어 적합함을 확인하 였고 Table 2에 나타낸 유동해석 조건에 대해 본 격자계를 동일하게 사용하여 수치해석을 수행하였다. 해석을 통해 얻어진 표면 마찰력 계수의 분포는 Fig. 11에서 보는 바와 같이 Schoenherr 및 ITTC 1957 곡선에 가까운 경향을 보여주고 있다.



Fig. 11 Comparisons of computed and measured skinfriction coefficients(CF0) with representative lines of empirical formulas for frictional drag coefficients

평판 난류 경계층 내, 공기 주입에 의한 구체적인 마찰력 감소 량을 논하기에 앞서 VOF와 EMP 모델에 따른 공기 거동의 주요 차이를 바닥면에서의 공기층 형상 이미지로 Fig. 12에 나타내었 다. 이 때, 이미지는 수치해석의 마지막 특정 시간에서의 결과를 사용하였다. Fig. 12에서 연속체상(물)은 오른쪽에서 왼쪽 방향으 로 이동하고 있으며 회색 계열의 이미지는 공기층 형상을 나타내 는 것으로 공기 체적분율이 0.5인 영역으로 정의하였다.

마찰항력 감소현상은 크게 BDR, ALDR 그리고 천이영역으로 구분할 수 있음을 앞서 기술한 바 있다. 주요 특성에 대해 다시 한 번 기술하면, BDR 영역의 특성은 유의한 마찰항력 감소 (%*DR* > 25%) 효과가 분사구로부터 가까운 영역에 국한되어 유 지되며 분사구로부터 멀어질수록 마찰항력 감소효과가 급격히 줄 어들게 된다. 한편, ALDR 영역은 물체 표면과 외부(액상)유체 흐 름 사이에 연속 또는 거의 연속적인 공기층이 형성될 때 발생하며 물체 표면의 전 구간에 걸쳐 형성된 공기층에 의해 마찰항력이

김희택·김형태·이동연



Fig. 12 Air layer behaviors using multiphase models

급격히 감소하는 특성(% *DR* > 80%)을 갖는다. 우선, VOF 모델 을 사용한 수치해석 결과를 살펴보면, 물 유입 속도 및 공기 주입량 변화에 관계없이 공기층이 물체 바닥면을 완전히 덮는 ALDR의 특성을 보이고 있다. 이에 반해, EMP 모델을 사용한 결과에서는 공기 거동의 양상이 VOF 모델을 사용한 결과와 상이하게 나타난 다. 물 유입 속도가 6.7m/s인 경우, 대부분이 ALDR의 특성을 보여 주지만 공기 주입량이 가장 작은 2.55m³/min인 경우에는 연속된 공기층과 불연속적인 공기 방울 형태가 혼재되어 있는 천이특성을 보여준다. 물 유입 속도가 13.3m/s인 경우에는 분사된 공기가 제 대로 유지되지 못하는 BDR의 특성을 보여주는 조건들이 나타나며 속도가 더욱 증가된 20m/s 조건에서는 이러한 현상이 더욱 명확 하게 확인된다. 상기의 해석 이미지를 바탕으로 다상유동 모델간 의 큰 차이를 직관적으로 확인할 수 있었을 것으로 생각된다.

물 유입 속도와 공기 주입량 변화에 따른 감지기들에서의 표면 마찰력 감소효과를 Fig. 13에 정리하여 나타내었다. 이 때, x축은 분시구로부터 각 각의 감지기 중심부까지 떨어진 거리를 의미하며 v축은 마찰력 감소량으로 식 (19)와 같이 정의하였다. 이 때, 공기 분사 유, 무에 의한 감지기들에서의 미찰력은 총 20초의 해석 구간 중 마지막 5초 구간에 대해 평균을 취하여 사용하였다.

$$\% DR = \left(1 - \frac{C_{F0_{w/Air}}}{C_{F0_{w/aAir}}}\right) \times 100$$
(19)

유입 속도가 6.7m/s인 경우(Fig. 13(a))를 살펴보면, 실험은 공 기 주입량 2.55m³/min 및 4.81m³/min 조건에서는 마찰력 감소량 이 각 각 20~35% 및 65~75%로 미찰력 감소 기준으로 천이영역 특성을 보이며 공기 주입량이 9.06m³/min 및 15.3m³/min인 조건 에서는 마찰력 감소효과가 80% 이상으로 ALDR의 특성을 보인다. VOF 모델을 사용한 수치해석 결과는 앞서 살펴본 공기 거동의 특 성에 의해 대부분 위치에서 마찰력 감소효과가 80% 이상의 수준 을 보이고 있다. 즉, 실험에서 나타난 경향을 큰 차이를 보이고 있음을 확인할 수 있다. EMP 모델을 사용한 수치해석 결과를 살펴 보면, 공기를 2.55m³/min인 주입한 조건에서 실험과 마찬가지로 천이영역의 범위에 있지만 감소율에 있어서는 약 15~30% 크게 추정하고 있다. 공기 주입량이 4.81m³/min. 9.06m³/min 및 15.3m³/min인 조건에서는 ALDR의 특성을 보이며 마찰력 감소율 도 실험값에 근접하는 결과를 보여주고 있다.

유입 속도가 13.3m/s인 경우(Fig. 13(b))를 살펴보면, 실험은 공기 주입량 15.3m³/min에서 ALDR의 특성을 보이며 이보다 작은 공기 주입량에서는 BDR의 특성을 보인다. 이로 인해 마찰력 감소 영역에 크게 두 영역으로 나눠지는 것을 볼 수 있다. VOF 모델의 경우, 공기 주입량에 관계없이 모든 해석 조건에서 마찰력 감소효 과를 여전히 과대 평가하는 경향을 보인다. EMP 모델의 경우에는, 공기 주입량이 9.06m³/min 및 15.3m³/min인 조건에서 실험과 다 르게 천이영역의 특성을 보인다. 이로 인해 공기 주입량이 15.3m³/min인 경우에는 마찰력 감소율이 실험대비 약 10~30% 작게 나타나며, 공기 주입량이 9.06m³/min인 경우에는 X-X_{ini}=0.58m를 제외하고 20~25% 정도 크게 추정하고 있다. 공 기 주입량이 9.06m³/min보다 작은 조건에서는 실험과 마찬가지로 BDR 특성에 의해 마찰력이 현저히 감소하는 경향을 잘 따르고 있으나 마찰력 감소율에 있어서는 여전히 5~10% 크게 추정하고 있다. 하지만, VOF 모델의 결과에 비해 상당히 개선된 결과를 보 여주고 있음을 확인할 수 있다.

유입 속도가 20.0m/s인 조건에서 비교한 Fig. 13(c) 결과로부 터 미찰력 감소효과를 추정함에 있어 EMP 모델의 상대적인 우수 성을 명확하게 확인할 수 있다. EMP 모델은 실험에서 보이는 BDR 의 유동 특성 재현에 따른 미찰력 감소량을 잘 예측하고 있다. 이에 반해, VOF 모델의 경우에는 공기층 거동의 특성을 제대로 모사하 지 못함으로 인해 앞에서의 결과와 마찬가지로 마찰력 감소량을 전혀 예측하지 못하는 특성을 보인다. 상기의 결과들을 바탕으로 미찰력 감소효과를 평가하는데 있어 EMP 모델이 상대적으로 유용 할 뿐만 아니라 동시에 효과적인 접근법이 될 수 있을 것으로 생각 된다.





Fig. 13 Change of the drag reduction ratio(%DR) with the downstream distance from the injection slit(X-X_{ini}) at three different liquid free-stream speeds: symbols are the values at sensor locations

$$t_a = \frac{Q_i}{B \times U_{\infty}} \tag{20}$$

마지막으로, 첫 번째 감지기(X-Xin=0.58m)에서 계측된 마찰력 감소량을 공칭 공기층 두께(nominal air layer thickness, t_a)비로 Fig. 14에 실험 결과와 함께 도시하였다. 이때, ta는 식 (20)과 같이 정의하였다. 여기서, B는 공기 분사구의 스팬 길이, U...는 물 유입 속도, Q 는 공기 주입량을 의미한다. VOF 모델을 사용한 경우, 앞서 서술한 주요 특성들에 의해 ta 변화에 따른 미찰력 감소 량의 특성을 전혀 예측하지 못하고 있음을 확인할 수 있다. 이에 반해, EMP 모델은 t_a 변화에 따른 마찰력 감소 효과를 추정하는데 있어 일부 조건에서 차이는 있으나 실험 결과(Madavan et al., 1984; Elbing et al., 2008)들과 비교하여 대체로 잘 일치하는 경 항을 보이고 있다. 이는 Fig. 12에서 기술한 바와 같이, 주입된 공기의 거동 현상과 공기층 모습을 실제 현상(모형시험)과 유사하 게 모사함에 따른 결과로 보인다. 본 결과로부터 마찰력 감소효과 에 대한 정량적인 평가를 수치해석을 통해 얻기 위해서는 EMP 모델을 사용하는 것이 타당한 것으로 판단된다.



Fig. 14 1st skin-friction sensor(X- X_{inj} =0.58) %DR versus an 'initial zone' scaling nominal air layer thickness(t_a)

5. 결 론

평판 난류 경계층 내, 주입된 공기에 의한 공기층의 거동 현상 및 마찰력의 변화를 2종(VOF와 EMP)의 다상유동 모델을 사용하 여 검토하였다. 이를 통해 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

5.1 후퇴각 평가 시뮬레이션

1) 분시구를 통해 주입된 공기에 의해 생성되는 공기층의 초기 형상과 후퇴각을 결정짓는 주요 인자는 물 유입 속도(U_∞)와 공기 주입량(Q)임을 확인하였다.

2) 분사구 직경(D)이 후퇴각에 미치는 영향에 대해서는 추가적 인 검토가 필요해 보이나 물 유입 속도 및 공기 주입량들에 비해 상대적으로 유의한 인자가 아님을 확인하였다.

3) 2종의 다상유동 모델에 따른 공기층 거동 특성 및 후퇴각의 차이는 크지 않음을 확인하였다. 이를 통해 초기 공기층 형상과 후퇴각을 평가하는데 있어 모두 합리적인 결과를 제공할 것으로 기대된다.

5.2 마찰력 평가 시뮬레이션

 대형 캐비테이션 터널을 모사하여 대상 물체 비닥면에서의 공기 거동의 특성과 함께 공기 주입부 후방에 설치된 감지기들에 작용하는 마찰력 변화를 확인하였다.

2) VOF 모델은 초기 공기 거동 발생 이후의 특성을 재현하는데 있어서 한계를 보이며 이로 인해 마찰력 감소량을 과대 평가하는 경향이 있음을 확인하였다.

3) EMP 모델은 물 유입 속도(U_∞) 및 공기 주입량 변화(Q)에 의한 공기층 변화 특성(BDR, ALDR 및 천이영역) 및 이에 따른 마찰력 감소량에 있어 상대적으로 실험과 유사한 경향을 보임을 확인하였다. 이를 통해, 마찰력 감소효과를 평가하는데 있어 EMP 모델이 정량적인 평가 측면에서 유용한 접근 방법이 될 수 있음을 확인하였다.

References

- Antal, S. P., Lahey, R. T. & Flaherty, J. E., 1991. Analysis of phase distribution in fully developed laminar bubbly two-phase flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 17, pp.635–652.
- Dogrul, Ali., Arikan, Yasemi. & Celik, Fahri., 2010. A numerical investigation of air lubrication effect on ship resistance. *International Conference on Ship Drag Reduction Smooth–Ships,* Istanbul, 20–21 May 2017.
- Elbing, B. R., Winkel, E. S., Lay, K. A., Ceccio, S. L., Dowling, D. R. & Perlin, M., 2008. Bubble-induced skin-friction drag reduction and the abrupt transition to air-layer drag reduction. *Journal of Fluid Mechanics*, 612, pp.201–236.
- Kim, H.T., Kim, D.S. & Kim, W.J., 2003. Experimental study on frictional drag reduction of turbulent flow by polymer solution injection. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 40(3), pp.9–15.

- Kim, H.J., Paik, K.J., Kim, D.Y., Shin, H.W. & Kim, S.H., 2017. Numerical study on the bifurcation mechanism of air layer on the flat plate. *Proceedings of the Annual Auturn Conference* of SNAK, Yeosu, Republic of KOREA, 2–3 November 2017.
- Kawakita, C., Sato, S. & Okimoto, T., 2015. Application of simulation technology to Mitsubishi air lubrication system. *Mitsubishi Heavy Industries Technical Review*, 52(1), pp.50–56.
- Larsson, L. & Raven, H.C., 2010. The principles of naval architecture series ship resistance and flow. *Society of Naval Architects and Marine Engineers.*
- Lee, J.D., Kim, S.M., Kim, B.K., Jang, J.H. & MaStay, P., 2017. Full scale applications of air lubrication for reduction of ship frictional resistance. *SNAME Maritime Convention 2017*, Houston, USA, 23–28 October 2017.
- Madavan, N.K., Deutsch, S.R. & Merkle, C.L., 1984. Reduction of turbulent skin friction by microbubbles. *Physics of Fluids*, 27, pp.356–363.
- Makiharju, S.A., Lee, I.R., Filip, G.P., Maki, K.J. & Ceccio, S.L., 2017. The topology of gas jets injected beneath a surface and subject to liquid cross-flow. Journal of Fluid Mechanics, 818, pp.141–183.
- Paik, B.G., Yim, G.T., Kim, K.S., Lim, K.Y. & Kim, Y.C., 2015. Visualization of microbubbles affecting drag reduction in turbulent boundary layer. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 52(4), pp.356–363.
- Park, S.H. & Lee, I.W., 2018. Optimization of drag reduction effect of air lubrication for a tanker model. International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, 10(4), pp.427–438.
- Sanders, W. C., Winkel, E. S., Dowling, D. R., Perlin, M. & Ceccio, S. L., 2006. Bubble friction drag reduction in a high–Reynolds–number flat–plate turbulent boundary layer. Journal of Fluid Mechanics, 552, pp.353–380.
- Schiller, L. & Naumann, A., 1933. Uber die grundlegenden berechnungenbei der schwerkraftaufb- ereitung, VDI Zeits, 77(12), pp.318–320.

- Schultz-Grunow, F., 1941. New frictional resistance law for smooth plates. *NACA TM*, 17, pp.1–24.
- Sililberschmidt, N., Tasker, D., Pappas, T. & Johannesson, J., 2016. Silverstream system – air lubrication performance verification and design development. *Conference of Shipping in Changing Climate*, Newcastle, UK, 10–11 November 2016.
- Tanaka, T., 2011. Green technologies featuring the Mitsubishi air lubrication system. 1st World NAOE Forum, Osaka, Japan, 25 November 2011.
- Tomiyama, A., Tamai, H., Zun, I. & Hosokawa, S., 2002. Transverse migration of single bubbles in simple shear flows. *Chemical Engineering Science*, 57, pp.849–1858.
- Vijayan, S.N., Sendhilkumar, S., Kiran, Babu.K.M., Duraimurugan, G.K. & Deepak, P. 2018, CFD analysis of frictional drag reduction on the underneath of ship's hull using air lubrication system. *International Journal of Mechanical Engineering and Technology*, 9(4), pp.408–416.

